



**CENTRO UNIVERSITÁRIO SENAI - CIMATEC**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM**

**COMPUTACIONAL E TECNOLOGIA INDUSTRIAL**

**Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial**

**Tese de doutorado**

**Simulações numéricas em dutos obstruídos para  
análise da influência da turbulência em padrões de  
fluxo**

Apresentada por: Fábio Rodrigues Santos

Orientador: Ivan Costa da Cunha Lima

Março de 2019

Fábio Rodrigues Santos

**Simulações numéricas em dutos obstruídos para  
análise da influência da turbulência em padrões de  
fluxo**

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial, Curso de Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial do Centro Universitário SENAI - CIMATEC, como requisito parcial para a obtenção do título de **Doutor em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial**.

Área de conhecimento: Interdisciplinar

Orientador: Ivan Costa da Cunha Lima

*Centro Universitário SENAI - CIMATEC*

Coorientador: André Telles da Cunha Lima

*Universidade Federal da Bahia - UFBA*

Salvador  
Centro Universitário SENAI - CIMATEC  
2019

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca do Centro Universitário SENAI CIMATEC

S237s Santos, Fábio Rodrigues

Simulações numéricas em dutos obstruídos para análise da influência da turbulência em padrões de fluxo / Fábio Rodrigues Santos. – Salvador, 2019.

96 f. : il. color.

Orientador: Prof. Dr. Ivan Costa da Cunha Lima.

Coorientador: Prof. Dr. André Telles da Cunha Lima.

Tese (Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial) – Programa de Pós-Graduação, Centro Universitário SENAI CIMATEC, Salvador, 2019.

Inclui referências.

1. Turbulência. 2. Obstrução - Dutos. 3. OpenFOAM. 4. Navier-Stokes. I. Centro Universitário SENAI CIMATEC. II. Lima, Ivan Costa da Cunha. III. Lima, André Telles da Cunha. IV. Título.

CDD: 620.00113



Federação das Indústrias do Estado da Bahia

Centro Universitário SENAI CIMATEC


### Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial

A Banca Examinadora, constituída pelos professores abaixo listados, leu e aprovou a Tese de doutorado, intitulada "Simulações numéricas em dutos obstruídos para análise da influência da turbulência em padrões de fluxo", apresentada no dia 22 de março de 2019, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Doutor em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial.

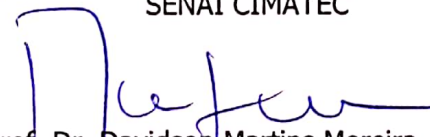
Orientador:

  
Prof. Dr. Ivan Costa da Cunha Lima  
SENAI CIMATEC

Coorientador:

  
Prof. Dr. André Telles da Cunha Lima  
SENAI CIMATEC

Membro Interno:

  
Prof. Dr. Davidson Martins Moreira  
SENAI CIMATEC

Membro Interno:

  
Prof. Dr. Alex Alisson Bandeira Santos  
SENAI CIMATEC

Membro Externo:

  
Prof. Dr. Roberto Fernandes Silva Andrade  
UFBA

Membro Externo:

  
Profª. Drª. Luciana Loureiro Da Silva  
CEFET

---

## Nota sobre o estilo do PPGMCTI

---

Esta tese de doutorado foi elaborada considerando as normas de estilo (i.e. estéticas e estruturais) propostas aprovadas pelo colegiado do Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial e estão disponíveis em formato eletrônico (por solicitação via e-mail à secretaria do programa) e em formato impresso somente para consulta.

Ressalta-se que o formato proposto considera diversos itens das normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), entretanto opta-se, em alguns aspectos, seguir um estilo próprio elaborado e amadurecido pelos professores do programa de pós-graduação supracitado.

---

## Resumo

---

A partir de estudos sobre Dinâmica dos Fluidos e simulações computacionais realizadas com OpenFOAM (plataforma computacional para solução numérica das equações de Navier-Stokes), esta pesquisa tem como objetivo principal estudar escoamentos internos turbulentos, encontrando ferramentas que relatem padrões de turbulência e vorticidade. A ideia central é utilizar a matemática, a computação e a física para investigar e avaliar características da turbulência induzida por obstruções em escoamentos confinados. O modelo é baseado em uma estrutura tipo pipeline parcialmente obstruído na entrada. Os resultados foram avaliados através de correlação cruzada e pelos cálculos dos momentos das distribuições de velocidades. Acredita-se que o entendimento dessa categoria de sistemas complexos trará grandes contribuições para a área acadêmica evidenciando um grande potencial de aplicação na área de tecnologias industriais, como por exemplo, na indústria de petróleo e gás, bem como no transporte de fluidos em dutos.

**Palavras-chave:** Turbulência, Obstrução, OpenFOAM, Navier-Stokes

**Como citar este Tese de doutorado :** Rodrigues Santos, Fábio. Simulações numéricas em dutos obstruídos para análise da influência da turbulência em padrões de fluxo. 2019. Total de folhas 96. Tese de doutorado (Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial ) - Centro Universitário SENAI - CIMATEC. Salvador, 2019.

---

## Abstract

---

Based on studies on Fluid Dynamics and computational simulations performed with OpenFOAM (computational platform for numerical solution of the Navier-Stokes equations), this research has as main objective to study turbulent internal flows, finding tools that report patterns of turbulence and vorticity . The central idea is to use mathematics, computation, and physics to investigate and evaluate features of obstruction-induced turbulence in confined flow. The model is based on a pipeline-type structure partially obstructed at the entrance. The results were evaluated through cross-correlation and the moment calculations of velocity distributions. It is believed that the understanding of this category of complex systems will bring great contributions to the academic area showing a great potential of application in the area of industrial technologies, such as in the oil and gas industry, and also for fluid transport in ducts.

**Keywords:** Turbulence, Obstruction, OpenFOAM, Navier-Stokes

**How to cite this Tese de doutorado :** Rodrigues Santos, Fábio. Numerical simulations in obstructed ducts to analyze the turbulence influence on flow patterns. 2019. Total number of sheets 96. Thesis of doctorate (Doutorado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial ) - Centro Universitário SENAI - CIMATEC. Salvador, 2019.

---

# Sumário

---

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Aspectos metodológicos . . . . .	4
1.2	Noções preliminares . . . . .	5
1.2.1	Dinâmica dos fluidos . . . . .	5
1.2.2	Equações de Navier-Stokes . . . . .	7
1.2.3	Sistemas turbulentos . . . . .	13
1.3	Organização do trabalho . . . . .	14
<b>2</b>	<b>Metodologia</b>	<b>15</b>
2.1	Simulação numérica realizada com o software OpenFOAM . . . . .	15
2.2	Pré-processamento . . . . .	16
2.3	Processamento . . . . .	19
2.3.1	Modelos numéricos de turbulência . . . . .	20
2.3.2	Validação dos resultados obtidos com PisoFOAM . . . . .	26
2.3.3	Método dos Volumes Finitos . . . . .	32
2.4	Pós-processamento . . . . .	36
2.4.1	Três primeiros momentos da distribuição de velocidade . . . . .	37
2.4.2	Coefficiente de correlação cruzada $\rho_{DCCA}$ . . . . .	39
<b>3</b>	<b>Apresentação de Resultados e Discussões</b>	<b>43</b>
3.1	Artigo 1 . . . . .	43
3.2	Artigo 2 . . . . .	59
3.3	Artigo 3 . . . . .	67
<b>4</b>	<b>Conclusão</b>	<b>77</b>
	<b>Referências</b>	<b>80</b>



---

## Lista de Tabelas

---

---

## Lista de Figuras

---

1.1	Instantâneo em uma simulação gerada pelo software OpenFOAM, de um escoamento turbulento em um duto, realçando o vetor velocidade em corte transversal. . . . .	2
1.2	Perfis de velocidades em escoamento laminar e turbulento em um duto. Imagem retirada do livro - <i>Turbulence Modeling for CFD - David C. Wilcox - 2006</i> . . . . .	2
1.3	Simulação no OpenFOAM de um duto parcialmente obstruído percorrido por um fluido incompressível, com imagem de vórtice atrás e a jusante aos obstáculos. . . . .	4
1.4	Fluxos de massa dentro e fora do elemento de fluido. . . . .	7
1.5	(a) Componentes de tensão nas três faces do elemento fluido. (b) Componentes de tensão na direção $x$ . . . . .	10
2.1	Malha em modelo simétrico mostrando diferentes regiões de refinamento. . . . .	16
2.2	Seis configurações de bloqueios utilizadas nas simulações: (a) $D_1 = D_2 = 0,0\text{ cm}$ ; (b) $D_1 = D_2 = 3,0\text{ cm}$ ; (c) $D_1 = 2,0\text{ cm}$ e $D_2 = 4,0\text{ cm}$ ; (d) $D_1 = 1,7\text{ cm}$ e $D_2 = 4,3\text{ cm}$ ; (e) $D_1 = 1,4\text{ cm}$ e $D_2 = 4,6\text{ cm}$ e (f) $D_1 = 0,0\text{ cm}$ e $D_2 = 6,0\text{ cm}$ . . . . .	17
2.3	Cálculo da média e desvio padrão da velocidade para os eixos inferior, central e superior. Cor preta 3 subdivisões, vermelha 6 subdivisões e azul 9 subdivisões nas zonas próximas à parede. . . . .	18
2.4	Instantâneo da simulação em 2s para três refinamentos próximos as paredes, onde (a) representa o módulo da velocidade e (b) a vorticidade. . . . .	19
2.5	Figura esquemática dos modelos RANS, LES e DNS quanto a escala de comprimento dos vórtices. Imagem retirada dos anais da EPTT, <i>Simulação de grandes escalas em um ciclone utilizando o método de Lattice Boltzmann (DUARTE; SOUZA, 2014)</i> . . . . .	20
2.6	Imagens retiradas do livro <i>Physical fluid dynamics - David J. Tritton - 2012</i> . Onde: (a) Visualização experimental de fluxo bidimensional a montante e a jusante do obstáculo. (b) Perfis de velocidade axial a montante do obstáculo, sendo (i) o mais afastado e (iv) o mais próximo a obstrução. . . . .	26
2.7	Duto com indutor de vorticidade e alto grau de refinamento da malha próximo a parede. A figura mais acima representa magnitude da velocidade, a do meio magnitude da velocidade mostrando os vetores e a figura mais abaixo a velocidade $U_x$ . . . . .	27
2.8	Mapeamento da camada limite lamina a montante a obstrução onde a cor verde representa os pontos mais distantes a obstrução e a cor preta os mais próximos a obstrução. . . . .	27
2.9	Representação separada das curvas que mapeiam a camada limite. As curvas mais a esquerda significam as mais afastadas da obstrução. . . . .	28
2.10	Instantâneo da simulação de um escoamento laminar ( $Re=100$ ) em duto sem obstrução realçando o perfil de velocidade. . . . .	28

- 2.11 Perfil de velocidade do escoamento com  $Re=100$  representado pela curva preta e progressão do fitting (mostrado nos 4 gráficos pelas iterações) da curva representado pela curva vermelha. A última iteração a curva do modelo (vermelha) coincide com o perfil de velocidade da simulação (realizado com pontos pretos). . . . . 30
- 2.12 Perfis de velocidade nas simulações sobre mesmas condições apenas variando a viscosidade. Escoamento com  $Re=100$  curva preta, com  $Re=1000$  curva vermelha e com  $Re=10000$  curva azul. . . . . 31
- 2.13 Imagem encontrada em [Versteeg e Malalasekera \(2007\)](#) onde: (a) divisão em volumes de controle em domínio unidimensional; (b) sistema de notação estabelecido para distancias. . . . . 33
- 2.14 Média em intervalo de tempo da velocidade  $U_x$  em  $2,2 m$  das obstruções, onde (a)  $D_1 = D_2 = 0,0 cm$ ; (b)  $D_1 = D_2 = 3,0 cm$ ; (c)  $D_1 = 2,0 cm$  e  $D_2 = 4,0 cm$ ; (d)  $D_1 = 1,7 cm$  e  $D_2 = 4,3 cm$ ; (e)  $D_1 = 1,4 cm$  e  $D_2 = 4,6 cm$  e (f)  $D_1 = 0,0 cm$  e  $D_2 = 6,0 cm$ , representam as geometrias dos dutos. . . . . 37

---

## Lista de Siglas

---

PPGMCTI ..	Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial
OpenFOAM	Open source Field Operation And Manipulation
CFD .....	Computational Fluid Dynamics
2-D .....	Duas dimensões
3-D .....	Três dimensões
MVF .....	Método dos Volumes Finitos
HPC .....	High Performance Computer
s .....	Segundo
m .....	Metros
m/s .....	Metros por segundo
cm .....	Centímetros
VC .....	Volumes de Controle
DNS .....	Direct Numerical Simulation
LES .....	Large Eddy Simulation
RANS .....	Reynolds-Average Navier-Stokes
PISO .....	Pressure Implicit with Splitting of Operators
Gb .....	Giga Bytes
RAM .....	Random Acces Memory
SGS .....	Sub-grid scale
Re .....	Número de Reynolds
DFA .....	Detrended Fluctuation Analysis
DCCA .....	Detrended Cross-Correlation Analysis
$\rho_{DCCA}$ .....	Coefficiente de Correlação Cruzada DCCA

---

## Lista de Símbolos

---

$\mathbf{u}$ .....	Vetor velocidade
$\rho$ .....	Densidade
$t$ .....	Tempo
$\mathbf{f}$ .....	Força externa
$U$ .....	Magnitude da velocidade
$\nabla$ .....	Operador nabla
$p$ .....	Pressão
$\mu$ .....	Viscosidade dinâmica
$\nu$ .....	Viscosidade cinemática
$\nu_T$ .....	Viscosidade turbulenta
$\Delta$ .....	Operador Laplaciano
$\partial$ .....	Derivada parcial
$L$ .....	Escala de comprimento
$D$ .....	Largura do duto
$\mu_1$ .....	Média
$\sigma$ .....	Desvio padrão
$S$ .....	Skewness
$\mathbf{u}_i$ .....	Componente vetor velocidade
$Co$ .....	Número de Courant
$\phi$ .....	Propriedade genérica
$\Gamma$ .....	Coefficiente de difusão
$S_\phi$ .....	Força externa (Source forces)
$\Delta t$ .....	Intervalo de tempo (timestep)
$L$ .....	Escala de comprimento
$G$ .....	Função filtro
$\Delta$ .....	Largura de corte
$\tau_{ij}$ .....	Tensor
$L_{ij}, C_{ij}, R_{ij}$ ..	Tensores SGS
$K$ .....	Energia cinética
$k_{SGS}$ .....	Energia cinética de SGS
$\varepsilon$ .....	Dissipação da energia cinética
$\delta_{ij}$ .....	Delta de Kronecker
$\delta_x, \delta_y, \delta_z$ .....	Lados de um elemento de fluido
$S_{ij}$ .....	Taxa de deformação linear
$\eta$ .....	Escala de Kolmogorov
$P_m$ .....	Potência dissipada
$\bar{\phi}$ .....	Função filtrada

## Introdução

---

Esta pesquisa é de natureza interdisciplinar, direcionada para área de sistemas complexos com aplicações industriais, que projeta o estudo e resultados no campo da mecânica dos fluidos particularizando em escoamentos turbulentos internos. De modo geral, sistemas complexos são uma área interdisciplinar que ganha cada vez mais importância na busca incessante da ciência pela expansão dos limites de nosso conhecimento e das leis que regem os fenômenos da natureza. Analisar fenômenos naturais consiste basicamente em dividi-los em partes menores e a investigação de cada uma delas separadamente. Entretanto, essa metodologia torna-se ineficaz em casos que o comportamento global do sistema é distinto daquele obtido considerando-se unicamente a soma de suas partes. Assim, em razão de seu comportamento acentuadamente sistêmico, as propriedades destes sistemas só podem ser identificadas durante o seu comportamento coletivo [Bar-Yam \(1997\)](#).

Não há uma definição clara e abrangente de sistemas complexos. No entanto, diversos fenômenos comungam de certas características, o que permite englobá-las e analisá-las conjuntamente. [Newman \(2011\)](#) registra progressos substanciais na compreensão quantitativa de sistemas complexos, especialmente desde a década de 1980, usando uma combinação de teoria básica, muito derivada da física e simulação computacional, notando uma nova dinâmica de interesse, tanto na indústria, como no meio acadêmico, indicando algumas áreas de atuação como sistemas de matéria condensada, ecossistemas, mercados de ações e economias, evolução biológica e sociedade humana. Graças ao desenvolvimento de computadores e ao aprimoramento de modelos numéricos cada vez mais sofisticados, o tratamento com sistemas complexos tem se tornado uma área de pesquisa das mais promissoras, por exemplo, no estudo do fenômeno de turbulência, foco principal desta pesquisa na área de Dinâmica dos Fluidos através de modelagem computacional, que até recentemente, um maior desenvolvimento era impedido devido à notória dificuldade no seu trato analítico.

Na natureza, assim como nos processos controlados das aplicações tecnológicas, os escoamentos turbulentos constituem a regra. A turbulência em geral surge de uma instabilidade do escoamento em regime laminar. As instabilidades estão relacionadas com interações entre termos viscosos e termos inerciais nas equações de quantidade de movimento linear. Estes escoamentos são caracterizados por apresentarem flutuações de pressão e velocidade superpostas ao escoamento principal. Para ilustrar, a [Fig. 1.1](#) mostra um instantâneo em uma simulação de escoamento turbulento em um canal onde visualiza-se o módulo do vetor velocidade realçando mudanças de direção em relação ao sentido do escoamento, para um corte transversal.

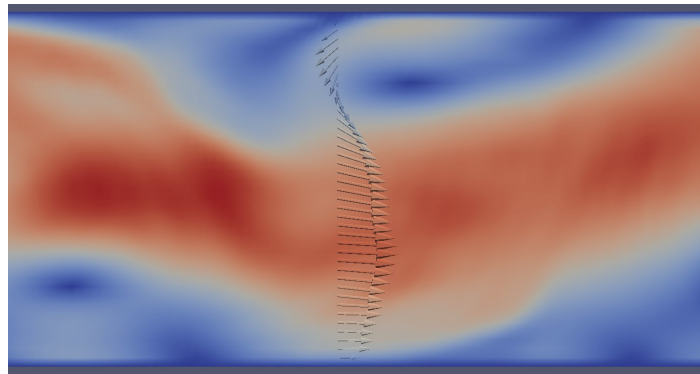


Figura 1.1: Instantâneo em uma simulação gerada pelo software OpenFOAM, de um escoamento turbulento em um duto, realçando o vetor velocidade em corte transversal.

A quantidade de movimento na direção principal do escoamento é conservada durante este processo, fazendo com que o perfil de velocidades no escoamento turbulento em canais ou na camada limite<sup>1</sup> seja mais uniforme que no escoamento laminar (SCHLICHTING et al., 2000) (Ver Fig. 1.2). No entanto, enquanto no escoamento laminar têm-se velocidades definidas, no escoamento turbulento os valores de velocidade variam ao longo do tempo e da posição em torno de um valor médio.

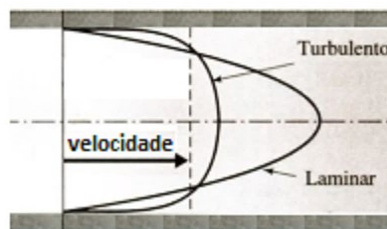


Figura 1.2: Perfis de velocidades em escoamento laminar e turbulento em um duto. Imagem retirada do livro - *Turbulence Modeling for CFD* - David C. Wilcox - 2006.

A turbulência é responsável pelo aumento na resistência a um escoamento, pois tudo se passa com os efeitos do aumento das interações viscosas. O entendimento e controle da turbulência são de fundamental importância em inúmeros ramos das ciências, justificando os esforços de pesquisa que têm sido feitos por muitos pesquisadores, ao longo de vários séculos. Compreender a física da turbulência, e também, os mecanismos de transição à turbulência, constitui um passo fundamental nesta direção. Merecem destaques neste contexto, os trabalhos pioneiros de Osborne Reynolds (REYNOLDS, 1883) e (REYNOLDS, 1894), que além de evidenciarem experimentalmente a transição à turbulência, estabeleceram propostas concretas de como tratar matematicamente os escoamentos turbulentos.

<sup>1</sup>Quando um fluido escoar sobre uma superfície sólida, o fluido imediatamente em contato com a parede adere à mesma. Observa-se também, que se a viscosidade for pequena, o aumento da velocidade, de zero para o valor do escoamento externo, ocorrerá numa região estreita. É nesta camada estreita que as forças de atrito se fazem importantes, retardando o fluido de sua velocidade externa para um completo repouso na parede. Esta região estreita é chamada de camada limite (SCHLICHTING et al., 2000).

Esse tipo de escoamento é tratado sob três abordagens: a analítica, a experimental e a numérica, esta terceira prioritariamente através de modelagem computacional. A Modelagem da turbulência consiste em decompor a estrutura caótica e complexa do escoamento turbulento em um conjunto de movimentos organizados denominados de “estruturas coerentes”. Nas últimas décadas, a descoberta de estruturas coerentes trouxe uma nova perspectiva no estudo da turbulência ([BROWN; ROSHKO, 1974](#)) e ([HUSSAIN, 1986](#)). Embora a turbulência seja um fenômeno que se caracteriza pela movimentação caótica das partículas de um fluido, existem técnicas capazes de identificar estruturas coerentes em seu interior, facilitando a representação matemática do fenômeno e permitindo assim a previsão desses movimentos. A abordagem consiste na identificação de estruturas coerentes no escoamento, na definição de suas características, na explicação sobre a criação, na manutenção e destruição destas estruturas, até a utilização do seu comportamento para a modelagem de escoamentos turbulentos ([REMPEL; CHIAN; BRANDENBURG, 2011](#)).

A partir dos avanços da computação moderna, de alto desempenho, cada vez mais vem surgindo grandes interesses de pesquisadores na área de CFD (Computational Fluid Dynamics), onde é crescente a possibilidade da realização de simulações computacionais mais sofisticadas no que tange o seu poder de processamento e com alto grau de refinamento das regiões de estudo, possibilitando a análise de alguns parâmetros com maior sensibilidade. Alguns trabalhos nesta área de CFD, como [Yupa \(2010\)](#), [Patil e Tiwari \(2008\)](#) e [daCunhaLima, daCunhaLima e Almeida \(2017\)](#), serviram como ponto de partida para ideias iniciais desta pesquisa, bem como apoio a análises de alguns resultados encontrados. É nesta área, que este trabalho tem o objetivo de estudar escoamentos turbulentos internos, com intuito de encontrar ferramentas que relatem padrões de turbulência e vorticidade contribuindo para o entendimento do complexo fenômeno da turbulência. A ideia central aqui é estabelecer ferramentas para o diagnóstico do comportamento de fluidos turbulentos confinados que contribuam na área das tecnologias industriais, bem como estabelecer parâmetros que possibilitem a continuidade de investigações futuras nestas áreas.

Do ponto de vista prático, pretende-se estudar alternativas que contribuam para detecção do surgimento de obstruções em dutos, de modo a trazer possivelmente contribuições para indústria de petróleo, onde surge um dos principais problemas encontrados no transporte de fluidos através de dutos submetidos a variações de temperatura que é a obstrução parcial e até total em toda linha de transporte, como exemplo, o recorrente problema de deposição de parafinas ou incrustações ([RIGOBELLO et al., 2013](#)). Com base na teoria e norteados pela proposta de trabalho, segue-se para escolha do software e construção dos modelos. Vale ressaltar, que nas fases dos escoamentos laminar e na transição laminar-turbulento, podem-se obter resultados através de métodos analíticos, por exemplo, análise complexa. Mas o principal interesse da pesquisa se dá na fase de maturação da turbulência, momento este que se torna intratável através de métodos analíticos, existindo assim a necessidade de análise usando modelos numéricos através de modelagem computacionais.



## 1.1 Aspectos metodológicos

Estabelecer a solução numérica de qualquer problema físico requer, inicialmente, a habilidade da criação do modelo matemático correspondente. O modelo matemático deve ser tal que possa ser resolvido com tempos de computação não excessivos e que os resultados obtidos representem adequadamente o fenômeno físico em consideração. Neste contexto, foi escolhido para as simulações a biblioteca OpenFOAM (GREENSHIELDS, 2015) por ser um software de código aberto para solução numérica de equações diferenciais, em particular para a obtenção de soluções numéricas das equações de Navier-Stokes (seção 1.2.2), e por sua plataforma permitir recursos customizáveis. Será falado mais sobre este software na seção 2.1. Como o escoamento que pretende-se estudar é turbulento e devido a limitações computacionais considerando tempos de simulações razoáveis, optou-se pelo tratamento das equações através da proposição de modelos de turbulência, no qual trabalhamos com o modelo LES (Large Eddy Simulation) que será visto com maior detalhes na seção 2.3.1.

Em Patil e Tiwari (2008) observa-se que, quando o escoamento de um fluido é confinado num duto obstruído parcialmente, é formado vórtice atrás do obstáculo que em combinação com as paredes do duto induz fluxos turbulentos, como visto em Fig. 1.3.

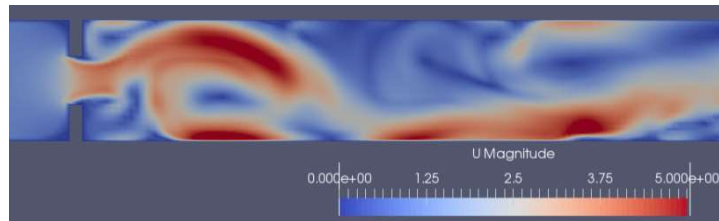


Figura 1.3: Simulação no OpenFOAM de um duto parcialmente obstruído percorrido por um fluido incompressível, com imagem de vórtice atrás e a jusante aos obstáculos.

Partindo desta ideia de estrutura bidimensional (PATIL; TIWARI, 2008), será modelado numericamente os efeitos da turbulência causada no fluxo interno de um fluido, em um canal (duto) de estrutura semelhante, parcialmente bloqueado (indutores de vórtices), a fim de criar alternativas que contribuam para detecção do surgimento de obstruções em dutos. Ao submeter a simulação a diferentes valores das razões de bloqueio, percebem-se configurações distintas do escoamento, o que nos dá o propósito de estabelecer investigações de como a informação gerada pela variação do tamanho do bloqueio viaja na turbulência.

A modelagem foi dividida em três momentos, o pré-processamento, o processamento e o pós-processamento. No pré-processamento estabelecemos a estrutura esquemática da malha referente as dimensões e posicionamento das perturbações (obstruções), características do fluido e condições de contorno. A geração da malha do duto, do tipo estruturada, foi realizada pelo pré-processador blockMesh do OpenFOAM, onde foram escolhidas diferentes regiões de refinamento, uma no meio e outras duas com maior refinamento próximas

as paredes com intuito de capturar maiores variações de velocidades devido a proximidade a camada limite. Um estudo nas discretizações do domínio foi realizado com finalidade de garantir que a malha utilizada captava com suficiente precisão os valores dos parâmetros avaliados, uma tentativa de equilíbrio entre esforço computacional e acurácia dos dados. No processamento selecionou-se o solver apropriado para resolver numericamente as equações de Navier-Stokes (seção 1.2.2). Para os objetivos propostos, escolheu-se o PISOFOAM, baseado no operador PISO (pressure-implicit split-operator) (GREENSHIELDS, 2015) e o modelo de turbulência LES (Large Eddy Simulation) (seção 2.3.1) por ter se mostrado o mais adequado para esse tipo de problema. No pós-processamento onde se estabelece o fim dos cálculos realizados pelo OpenFOAM, partimos para visualização da simulação através do ParaView, interpretação, validação, tratamento, e análise dos dados. Na fase de tratamentos dos dados foram criadas rotinas de investigações e cálculos estatísticos pelo Fortran, como por exemplo, instante no qual o escoamento entra em regime estatisticamente estacionário e cálculo dos três primeiros momentos da distribuição de velocidade. Para a análise dos dados foram utilizados a média, desvio padrão e skewness, estabelecidos pelos três primeiros momentos da distribuição de velocidades, e o cálculo de correlação cruzada pelo coeficiente  $\rho_{DCCA}$  (ZEBENDE, 2011), mostrando resultados bastante consistentes para este tipo de problema.

## 1.2 Noções preliminares

### 1.2.1 Dinâmica dos fluidos

A Dinâmica dos Fluidos é o ramo da ciência aplicada que se preocupa com o movimento dos líquidos e gases e que vem despertando grande interesse na comunidade científica. Tais movimentos geralmente referidos como “escoamento”, trazem um conceito que descreve como se comportam os fluidos e como eles interagem com o seu ambiente envolvente, por exemplo, o escoamento de água ou óleo através de um canal ou tubo, ou sobre uma superfície. Esta é uma área de pesquisa muito antiga, sendo a parte da física que estuda o efeito de forças em fluidos, onde confluem técnicas de Análise Matemática (como Métodos Assintóticos), Teoria da Aproximação, Teoria da Lei de Conservação e de Equações de Reação-Difusão e de Sistemas Dinâmicos.

Os escoamentos podem ser classificados quanto à compressibilidade e quanto ao grau de mistura macroscópica. Um escoamento em que a densidade do fluido não varia significativamente é um escoamento incompressível, caso contrário, a densidade variar significativamente o escoamento é dito compressível. O grau de mistura de um fluido em escoamento depende do regime de escoamento, que pode ser laminar, turbulento ou de transição. No regime laminar, as linhas de fluxo são paralelas ao escoamento, fazendo

com que o fluido escoe sem que ocorra mistura. Na transição entre os regimes laminar e turbulento, percebe-se que as linhas de fluxo se tornam onduladas, o que indica um início de mistura entre uma camada e outra. No regime turbulento, percebe-se uma mistura entre as camadas de fluxo (MATHIEU; SCOTT, 2000).

A dificuldade em tratar os fenômenos que ocorrem nos fluidos, e em outros meios contínuos em movimento, decorre de que a evolução do estado do mesmo é regida por leis que se exprimem através de equações a derivadas parciais não lineares. Sendo esta não linearidade das equações de evolução, junto com a variedade das condições iniciais e de contorno, responsáveis pela formidável riqueza dos fenômenos observados nos fluidos, por exemplo, o intrigante fenômeno de turbulência, que será comentado na seção 1.2.3.

Na segunda metade do século XX ocorreu o surgimento da dinâmica de fluidos computacional (CFD), um novo ramo da matemática aplicada que trata da simulação numérica de fluxo de fluidos (FERZIGER; PERIC; MORTON, 1999). Em alguns casos, por CFD é possível prever o comportamento do fluxo e outros processos de forma qualitativa e quantitativa, usando ferramentas matemáticas e numéricas.

Atualmente, o estudo, análise e compreensão da fenomenologia da maior parte dos problemas em dinâmica de fluidos e em transferência de calor, são desenvolvidos através da Modelagem Computacional. Nesta, um modelo matemático é desenvolvido, com base na fenomenologia do problema considerado. A partir deste modelo, geralmente um sistema de equações diferenciais parciais ou equações diferenciais ordinárias, é desenvolvido um modelo computacional, para a execução de simulações numéricas, em fluidodinâmica computacional, obtendo-se assim projeções temporais da solução do problema. Esta solução é condicionada pelas condições iniciais e condições de contorno do problema, que estabelecem as condições de evolução deste no tempo e no espaço.

Na década de 1840, Claude Louis Navier e George Gabriel Stokes, desenvolveram um conjunto de equações que descreveriam o movimento das substâncias fluidas tais como líquidos e gases denominadas equações de Navier-Stokes. Essas equações a derivadas parciais permitem determinar os campos de velocidade e de pressão num escoamento, sendo deduzidas a partir das leis de Newton e de um balanço de forças e quantidade de movimento em um volume infinitesimal de fluido, também denominado de elemento representativo de volume (SCHLICHTING et al., 2000). A seguir apresenta-se todo embasamento matemático até chegar a dedução de tais equações.

### 1.2.2 Equações de Navier-Stokes

Dada uma quantidade de fluido que para o instante  $t = 0$  ocupa a região do espaço  $\Omega_0 \subseteq \mathbb{R}^3$ . Seja a função fluxo  $\phi(\vec{a}, t)$ , tal que  $\forall \vec{a} \in \Omega_0$  a curva  $t \mapsto \phi(\vec{a}, t)$  descreva a trajetória da partícula que ocupa a posição  $\vec{a}$  em  $t = 0$ . Esta é chamada de descrição Lagrangiana. Ao invés de acompanhar o movimento da partícula, pode-se dar a velocidade  $u(\vec{x}, t)$  da partícula que, no instante  $t$ , ocupa a posição  $\vec{x}$ . Esta é a chamada descrição Euleriana (PONTES; MANGIAVACCHI, 2009).

Por Versteeg e Malalasekera (2007) as equações governantes do fluxo de fluido representam declarações matemáticas de leis de conservação da física: a massa de um fluido é conservada, a taxa de variação de momento é igual à soma das forças em uma partícula de fluido (segunda lei de Newton) e a taxa de variação de energia é igual à soma da taxa de adição de calor e a taxa de trabalho realizado em uma partícula de fluido (primeira lei da termodinâmica). A equação de energia é resolvida ao lado das outras, se o problema envolver transferência de calor.

Algumas considerações importantes: o fluido será considerado como um contínuo; uma partícula de fluido é o menor elemento possível de fluido, em coordenadas cartesianas tridimensionais, cujas propriedades estão em escalas de comprimento macroscópico ( $1\mu m$  ou maiores); o centro do elemento está localizado na posição  $(x, y, z)$ ;  $\delta x$ ,  $\delta y$  e  $\delta z$  são lados de um elemento de fluido; as propriedades fluidas densidade ( $\rho$ ), pressão ( $p$ ) e vetor velocidade ( $\mathbf{u}$ ) são funções do espaço  $(x, y, z)$  e do tempo  $t$ ; as propriedades do fluido nas faces podem ser expressas com precisão suficiente por meio dos dois primeiros termos de uma expansão da série de Taylor.

- Conservação de massa

O princípio de conservação de massa estabelece que a taxa de aumento de massa no elemento de fluido é igual a taxa líquida de fluxo de massa no elemento de fluido.

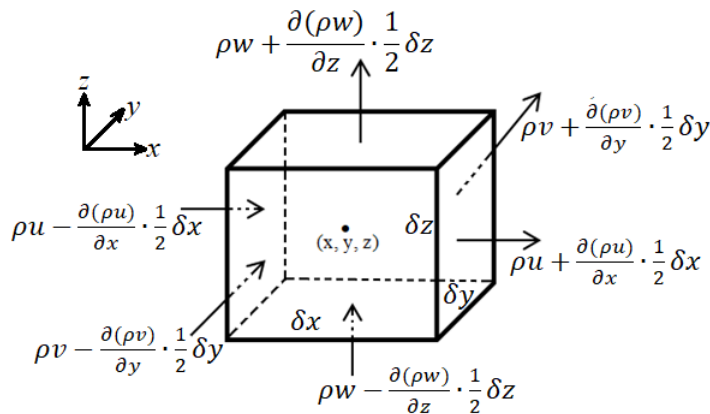


Figura 1.4: Fluxos de massa dentro e fora do elemento de fluido.

Da Fig. 1.4 verifica-se que a taxa de aumento de massa no elemento de fluido é dada por,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \delta x \delta y \delta z) = \frac{\partial \rho}{\partial t}(\delta x \delta y \delta z), \quad (1.1)$$

e pode ser visto que a taxa líquida de fluxo de massa no elemento através de seus limites (dada pelo produto de densidade, área e o componente de velocidade normal à face) é dada por,

$$\begin{aligned} & \left( \rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left( \rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z + \left( \rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \\ & \left( \rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z + \left( \rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left( \rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Igualando Eq. 1.1 a Eq. 1.2 teremos,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z &= -\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \delta x \delta y \delta z - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \delta x \delta y \delta z - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

↓

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (1.4)$$

chamada de equação de conservação de massa ou equação da continuidade, onde  $\frac{\partial \rho}{\partial t}$  é a taxa de variação no tempo da densidade (massa por unidade de volume) e  $\text{div}(\rho \mathbf{u})$  descreve o fluxo líquido de massa fora do elemento através de seus limites e é chamado de termo convectivo. Para um fluido incompressível teremos,  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Rightarrow \text{div}(\mathbf{u}) = 0$ .

- Derivada substantiva

As leis de conservação de momentum fazem declarações sobre variações das propriedades de uma partícula de fluido. Seja  $\phi$  o valor de uma propriedade por unidade de massa e sua derivada total ou substantiva em relação ao tempo é dada por,

$$\begin{aligned} \frac{D\phi}{Dt} &= \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{dz}{dt} \stackrel{\mathbf{u}=(u,v,w)}{\Rightarrow} \frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} + w \frac{\partial \phi}{\partial z} \\ &\Downarrow \\ \frac{D\phi}{Dt} &= \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi \end{aligned} \quad (1.5)$$

As formas mais úteis das leis de conservação para o cálculo do fluxo de fluido estão relacionadas com as alterações de uma propriedade de fluxo para um elemento fluido

estacionário no espaço. A derivada  $\frac{D\phi}{Dt}$  define a taxa de mudança da propriedade  $\phi$  por unidade de massa. É possível desenvolver métodos numéricos para cálculos de fluxo de fluido com base na abordagem Lagrangeana, ou seja, rastreando o movimento e calculando as taxas de mudança de propriedades conservadas  $\phi$  para coleções de partículas de fluido. No entanto, é muito mais comum desenvolver equações para coleções de elementos fluidos constituindo uma região fixa no espaço, por exemplo, uma região definida por um duto. Isso é chamado de abordagem euleriana. Desse modo, estamos interessados em desenvolver equações para taxas de mudança por unidade de volume. Assim, reescreve-se a Eq. 1.5 na forma,

$$\rho \frac{D\phi}{Dt} = \rho \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\phi \right) \quad (1.6)$$

e a generalização da Eq. 1.4 em termos para a propriedade  $\phi$  na forma,

$$\frac{\partial\rho\phi}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = 0 \quad (1.7)$$

desse modo, pela Eq. 1.7 teremos que,

$$\begin{aligned} \frac{\partial\rho\phi}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) &= \phi \frac{\partial\rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial\phi}{\partial t} + \phi \cdot \text{div}(\rho\mathbf{u}) + \rho\mathbf{u} \cdot \nabla(\phi) = \\ &= \rho \left( \frac{\partial\phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla(\phi) \right) + \phi \left( \underbrace{\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\mathbf{u})}_{=0 \text{ (Eq.1.4)}} \right) = \rho \frac{D\phi}{Dt} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Daí, temos por Eq. 1.8 que a taxa de aumento de  $\phi$  do elemento de fluido mais taxa líquida do fluxo de  $\phi$  fora do elemento de fluido é igual a taxa de aumento de  $\phi$  para uma partícula de fluido.

- Equação de momento

A segunda lei de Newton afirma que a taxa de variação de momento de uma partícula de fluido é igual à soma das forças na partícula do fluido. Os estresses viscosos são denotados por  $\tau_{ij}$ , onde  $i$  indica a superfície normal de direcionamento e  $j$  o direcionamento (ver Fig. 1.5 (a)). O estado de tensão de um elemento fluido é definido em termos da pressão e dos nove componentes de tensão viscosa.

Restringindo, é mostrado na Fig. 1.5 (b) para componentes  $x$ , as forças devido à pressão e aos componentes de tensão  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{yx}$  e  $\tau_{zx}$ . A força resultante de um estresse superficial é o produto do estresse e da área. A força resultante numa direção é a soma dos componentes

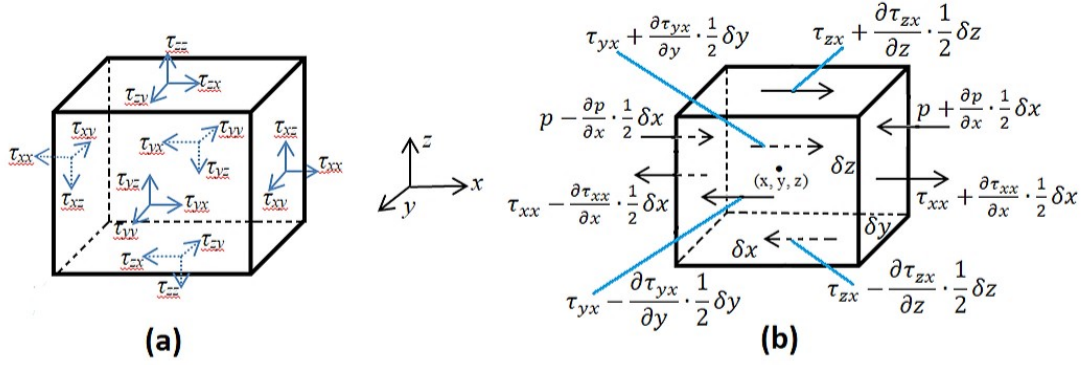


Figura 1.5: (a) Componentes de tensão nas três faces do elemento fluido. (b) Componentes de tensão na direção  $x$ .

de força que atuam nessa direção do elemento. Deste modo segue que,

$$\left[ \left( p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( \tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z + \left[ \left( \tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = \left( -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) \delta x \delta y \delta z \quad (1.9)$$

$$\left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left( \tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (1.10)$$

$$\left( \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left( \tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (1.11)$$

onde, Eq. 1.9, Eq. 1.10 e Eq. 1.11 representam as forças resultantes na direção  $x$  nas faces normais as direções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente. A soma destas três equações nos dá a força total por unidade de volume no fluido devido a tensões superficiais referente a direção  $x$ . Em propósito de redução das contas, os cálculos foram realizados apenas na direção  $x$ , sendo de modo análogo para as direções  $y$  e  $z$ .

Sem considerar as forças do corpo com mais detalhes, seu efeito geral pode ser incluído definindo fontes  $S_{Mx}$ ,  $S_{My}$  e  $S_{Mz}$  e também  $\rho \frac{Du}{Dt}$ ,  $\rho \frac{Dv}{Dt}$  e  $\rho \frac{Dw}{Dt}$  as taxas de aumento de  $x$ ,  $y$  e  $z$  momentos respectivamente, por unidade de volume, tem-se as equações,

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (1.12)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (1.13)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \quad (1.14)$$

sendo Eq. 1.12 equação de momento para componente  $x$ , Eq. 1.13 equação de momento para componente  $y$  e Eq. 1.14 equação de momento para componente  $z$ .

- Equações de Navier Stokes

O movimento de um fluido em três dimensões é descrito por um sistema de cinco equações diferenciais parciais: conservação de massa, as três equações de momentum e equação de energia. Para fluidos incompressíveis o campo de fluxo geralmente pode ser resolvido considerando somente as equações de conservação de massa e de momento. As formas mais úteis das equações de conservação para os fluxos de fluidos são obtidas pela introdução de um modelo adequado para as tensões viscosas  $\tau_{ij}$ . As tensões viscosas podem ser expressas tridimensionalmente pela taxa de deformação como funções da taxa de deformação local e essa por sua vez pela taxa de deformação linear e pela taxa de deformação volumétrica.

A taxa de deformação linear  $S_{ij}$  (sufixo idêntico a  $\tau_{ij}$ ) de um elemento fluido tem nove componentes em três dimensões, seis dos quais são independentes em fluidos isotrópicos (SCHLICHTING et al., 2000). Desse modo tem-se componentes de deformação linear de alongamento,

$$S_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, S_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \text{ e } S_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (1.15)$$

componentes de deformação linear de cisalhamento,

$$S_{xy} = S_{yx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), S_{yz} = S_{zy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \text{ e}$$

$$S_{xz} = S_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (1.16)$$

e deformação volumétrica dada por,

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \text{div}(\mathbf{u}). \quad (1.17)$$

Em fluidos newtoniano (viscosidade constante), as tensões viscosas são proporcionais às taxas de deformação. Pela lei de viscosidade de Newton em fluxos compressíveis duas constantes de proporcionalidade são envolvidas. A viscosidade dinâmica,  $\mu$ , que relaciona



tensões a deformações lineares e a viscosidade,  $\lambda$ , para relacionar tensões à deformação volumétrica, para gases  $\lambda = \frac{-2}{3}\mu$  (SCHLICHTING et al., 2000). Definimos assim uma proporcionalidade da seguinte forma,

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}), \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}), \quad \tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}), \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \text{ e} \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)\end{aligned}\tag{1.18}$$

Substituindo alguns termos da Eq. 1.18 em Eq. 1.12 tem-se que,

$$\begin{aligned}\rho \frac{Du}{Dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \operatorname{div}(\mathbf{u}) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] + S_{Mx} = \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \\ &+ \underbrace{\left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (\lambda \operatorname{div}(\mathbf{u})) \right]}_{f_{Mx}} + S_{Mx} = \\ &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}(\mu \nabla u) + f_{Mx}\end{aligned}\tag{1.19}$$

as deduções para as entradas  $v$  e  $w$  do vetor velocidade  $\mathbf{u}$  decorrem de modo análogo substituindo termos da Eq. 1.18 nas Eq. 1.13 e 1.14. E assim, as equações de Navier-Stokes podem ser escritas na forma mais útil para o desenvolvimento no método de volume finito como,

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \operatorname{div}(\mu \nabla u) + f_{Mx}\tag{1.20}$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \operatorname{div}(\mu \nabla v) + f_{My}\tag{1.21}$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \operatorname{div}(\mu \nabla w) + f_{Mz}\tag{1.22}$$

onde  $f_{Mx} = f_{My} = f_{Mz} = 0$  em fluidos incompressíveis. Representando as equações de Navier-Stokes na forma vetorial para fluidos incompressíveis teremos,

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathbf{f} - \nabla p + \mu \Delta \mathbf{u}\tag{1.23}$$

onde cada termo tem dimensão de força por unidade de volume, sendo  $\mathbf{f}$  uma força externa de volume que atua sobre a partícula,  $\mathbf{u}$  o campo vetorial de velocidade,  $p$  campo de pressão,  $\rho$  densidade e  $\mu$  a viscosidade dinâmica.

### 1.2.3 Sistemas turbulentos

A maioria dos escoamentos que ocorrem na vida cotidiana são invariavelmente turbulentos, por exemplo, escoamentos ao redor de corpos, no interior de dutos, em processos industriais e na camada limite atmosférica. Osborne Reynolds, em [Reynolds \(1883\)](#), através da injeção de corante em um escoamento de água em um duto circular observou os diferentes regimes de escoamento, iniciando-se com o escoamento laminar, onde as camadas de fluidos deslocam-se umas sobre as outras como se fossem lâminas. À medida que a velocidade do escoamento era aumentada, surgiam instabilidades na forma de oscilações no escoamento, até causar a mistura completa do corante com a água, devido à presença de flutuações de velocidade transversalmente à direção principal do escoamento. Este movimento que causa a mistura, chamado turbulência, é responsável pela transferência de quantidade de movimento e de massa, na direção transversal do escoamento.

Em suma, sua experiência mostra que, se um fluido é permitido escoar o suficiente, a transição para a turbulência ocorrerá dependendo de algumas características, que juntas, constitui o chamado Número de Reynolds, que é a relação entre a inércia e as forças viscosas na equação de movimento de um fluido. Transformando a equação que governa o fluxo em forma adimensional, o número de Reynolds é escrito como  $Re = UL/\nu$ , onde  $U$  e  $L$  são velocidades e escalas de comprimento associadas ao sistema respectivamente e  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  é a viscosidade cinemática do fluido. Com base nos resultados de seus experimentos, Reynolds constatou que um escoamento turbulento apresenta flutuações temporais e espaciais das propriedades a ele associadas, com elevado número de Reynolds. Esta, aliás, é uma das características mais marcantes da turbulência nos fluidos ([TRITTON, 2012](#)).

Escoamentos turbulentos são caracterizados por apresentarem flutuações de pressão e velocidade superpostas ao escoamento principal ([SCHLICHTING et al., 2000](#)). A turbulência pode ser associada a um conjunto de turbilhão de vórtices caracterizados por suas velocidades ou pelas distâncias em que eles mudam significativamente, onde existe um alto grau de correlação entre velocidades em pontos localizados a pequenas distâncias e quase nenhuma correlação entre velocidades de pontos distantes ([POPE, 2001](#)). Os grandes vórtices retiram energia do escoamento principal e as transferem para os vórtices menores até sua redução a movimento molecular, na escala de energia de Kolmogorov. Este processo é denominado cascata de Kolmogorov, constituindo-se no modelo isotrópico para turbulência. De acordo com o tamanho das escalas dos vórtices, podem predominar forças viscosas ou forças inerciais, dessa forma o escoamento turbulento é dividido em duas subfaixas: subfaixa de convecção inercial apresentando vórtices maiores, e a subfaixa de dissipação viscosa para os pequenos vórtices. Nos escoamentos turbulentos os vórtices são gerados por cisalhamento ou por gravidade em várias escalas. O principal fator que distingue os dois subintervalos é a microescala de Kolmogorov, que é a menor escala de fluxo puramente turbulento que pode existir antes que os vórtices se convertam em calor ([POPE,](#)

2001), expressada pela seguinte equação:

$$\eta = 10^6 \left( \frac{\nu^3}{P_m} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.24)$$

onde,  $\eta$  é a microescala de turbulência de Kolmogorov ( $\mu m$ ),  $\nu$  viscosidade cinemática da água ( $m^2/s$ ),  $P_m$  potência dissipada por unidade de massa (J/s.kg ou N.m/s.kg). Em escoamentos completamente desenvolvidos todas as escalas parecem estar presentes, desde as maiores que parecem possuir dimensão comparável à própria região fluida, até as menores onde os processos dissipativos acontecem (POPE, 2001).

São disponíveis três metodologias de abordagem para o estudo da turbulência, as metodologias analítica, numérica e experimental. A metodologia experimental fica limitada pela infraestrutura dos laboratórios e equipamentos, que frequentemente, são inadequadas aos objetivos práticos estudados (YU; RIGHETTO, 1999). A abordagem analítica se restringe a geometrias e condições de contorno muito simples, visando reduzir a complexidade matemática do problema. A simulação numérica, por sua vez, permite a solução de problemas mais complexos mediante a escolha de modelos mais adequados para o problema proposto como será visto na seção 2.3.1. De modo geral, a natureza aleatória das flutuações turbulentas superpostas ao escoamento principal é tão complexa em detalhes, que sua descrição do ponto de vista matemático, parece ser impossível tratar analiticamente, sendo necessário aplicar o campo da ciência conhecido como CFD, que utilizará simulação computacional aplicando métodos numéricos, como Método dos Volumes Finitos (MVF) (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007), utilizado no modelo aplicado a este trabalho, em busca das soluções para as equações de Navier-Stokes.

### **1.3 Organização do trabalho**

Este documento no formato “multipaper” apresenta quatro capítulos e está estruturado da seguinte forma: Introdução, Metodologia, Apresentação de Resultados e Discussões e Conclusão.

---

## Metodologia

---

Embora escoamentos de fluidos seja um tema muito investigado, a área de CFD surge como fundamental campo de análise no formato interdisciplinar, proporcionando ampliar a compreensão de sistemas complexos em dinâmica dos fluidos, em particular sistemas turbulentos, antes limitados devido ao baixo poder computacional. Surge em questão se existe possibilidade de simular numericamente em CFD escoamentos de fluidos turbulentos internos, a fim de criar uma metodologia que estabeleça ferramentas para detectar padrões de turbulência e vorticidade.

Através do acesso ao Yemoja HPC (Computador de Alto Desempenho) localizado no SENAI-CIMATEC, Salvador/Bahia, foi possível realizar simulações numéricas com alto grau de refinamentos, em algumas estruturas de domínios, as quais foram responsáveis pelo desenvolvimento deste trabalho. O tipo de estrutura pipeline (um modelo de tubo (duto)) desperta nosso interesse para estudo, devido a sua constante aplicabilidade na indústria e onde ocorrem alguns problemas referêntes a obstrução no interior da estrutura afetando diretamente o transporte dos fluidos. Vale resaltar que a principio todo nosso interesse aqui é acadêmico, porém, como havíamos mencionado anteriormente, com aplicações direcionadas para área industrial. Usando uma abordagem Euleriana, as simulações foram realizadas pelo OpenFOAM ([GREENSHIELDS, 2015](#)), onde três fases serão abordadas, pré-processamento, processamento e pós-processamento, como descrito da seção 1.1.

### **2.1 Simulação numérica realizada com o software OpenFOAM**

O software OpenFOAM é um conjunto de bibliotecas em linguagem C++ projetado para resolver problemas complexos em mecânica dos fluidos, devido a sua flexibilidade que permite o desenvolvimento de agentes de resoluções especificadas pelo utilizador, que pode ser integrado com ferramentas já existentes ([GREENSHIELDS, 2015](#)). Dentro de suas bibliotecas, o OpenFOAM integra turbulência nos modelos RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) e LES (Large Eddy Simulation), modelos termofísicos, modelos de radiação e as funções de parede, que podem ser acessados ao desenvolver um solver. Sua metodologia de utilização consiste na geração de malhas e manipulação dos parâmetros de entrada (pré-processamento), para posterior solução numérica do problema através do modelo físico-matemático e das equações governantes (processamento), depois de realizados os cálculos, parte-se para a visualização da simulação através do visualizador ParaView, validação e análise dos dados obtidos (pós-processamento).

De modo geral, o OpenFOAM é um software de código aberto para solução numérica de equações diferenciais usando o Método de Volumes Finitos (GREENSHIELDS, 2015), em particular nesta pesquisa, para a obtenção de soluções numéricas das Equações de Navier-Stokes.

## 2.2 Pré-processamento

No pré-processamento, iniciaremos o detalhamento da geração das malhas para o duto. A simulação em quase 2-D consiste em um canal de seção transversal retangular com 5,1 metros de comprimento definido na direção  $x$  (0,09 metro antes das obstruções, 0,01 metro de obstrução e 5,0 metros após as obstruções), considerado suficientemente grande para atingir uma região de fluxo totalmente turbulento, largura 0,1 metro na direção  $y$  e profundidade de 0,01 metro na direção  $z$  (ver Fig. 2.1), valor este pequeno o suficiente para que não ocorram alterações na análise bidimensional, já que o software trabalha em três dimensões.

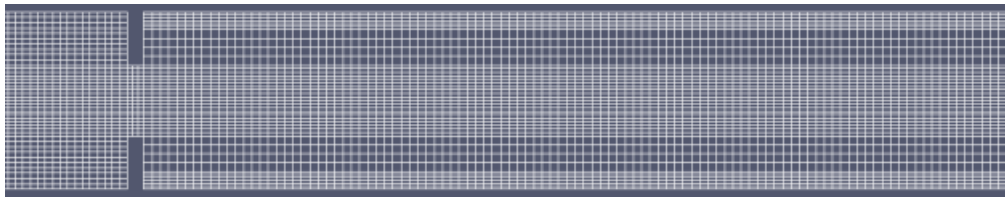


Figura 2.1: Malha em modelo simétrico mostrando diferentes regiões de refinamento.

Construídas pelo pré-processador blockMesh do OpenFOAM, as malhas são não homogêneas, estruturadas<sup>1</sup>, com número total de 40.860 células e divididas em zonas de refinamento como mostrado na Figura 2.1. A jusante as obstruções, a zona de maior refinamento tem 1,0 cm de largura ( $y$ ) com subdivisões de 0,5 cm em ( $x$ ) e 0,16 cm em ( $y$ ) encontrando-se próximo às paredes do duto, com o intuito de observar maiores variações de velocidades na camada limite. A zona de refinamento intermediário envolve o eixo central do duto, com 4,0 cm de largura ( $y$ ) e refinamento com subdivisões de 0,5 cm em ( $x$ ) e 0,2 cm em ( $y$ ). A zona entre a mais refinada e a intermediária tem 2,0 cm de largura ( $y$ ), com menor refinamento, tendo subdivisões em 0,5 cm para ( $x$ ) e ( $y$ ). As regiões a montante as obstruções e nas obstruções, não possuem refinamentos muito criteriosos, por não ser uma região explorada para cálculos, apenas possuindo encaixes com as zonas definidas anteriormente.

Nesta simulação foram gerados seis modelos de domínios utilizando malhas estruturadas. O primeiro é um duto sem obstruções, os outros cinco com dois obstáculos fixados nas

<sup>1</sup>Malha estruturada é definida de modo que a numeração dos seus volumes (ou elementos) deve seguir uma “estrutura fixa” de forma que o número de cada volume seja consecutivo ao seu vizinho (MALISKA, 2017).

paredes superior e inferior, perto da entrada. O obstáculo na parede inferior tem um comprimento na direção  $y$ ,  $D_1$ , e na parede superior tem um comprimento  $D_2$ . A obstrução é apenas parcial, ou seja,  $D_1 + D_2 < D$ , onde  $D = 10$  representa a largura do canal em centímetros. Nas cinco configurações com obstruções, as alturas dos obstáculos são progressivamente alteradas, mantendo  $\frac{D_1+D_2}{10} = 0,6$ , representando a razão de bloqueio da obstrução. As seis configurações exploradas nesses cálculos são mostradas na Fig. 2.2.

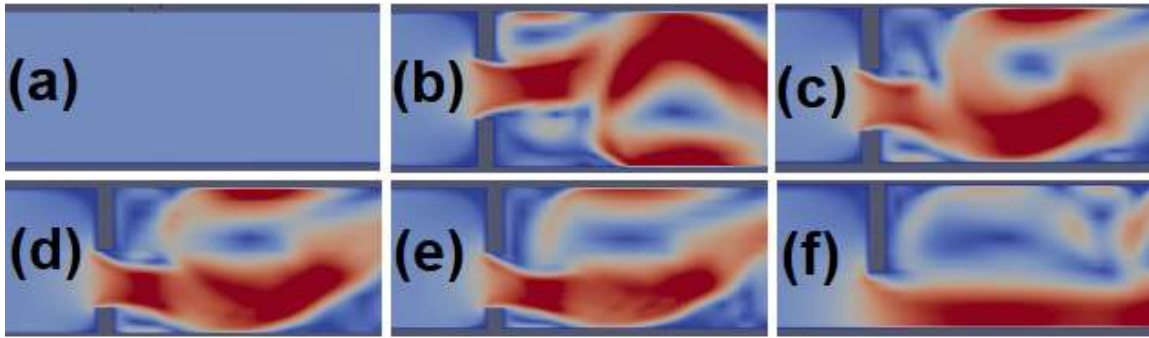


Figura 2.2: Seis configurações de bloqueios utilizadas nas simulações: (a)  $D_1 = D_2 = 0,0$  cm; (b)  $D_1 = D_2 = 3,0$  cm; (c)  $D_1 = 2,0$  cm e  $D_2 = 4,0$  cm; (d)  $D_1 = 1,7$  cm e  $D_2 = 4,3$  cm; (e)  $D_1 = 1,4$  cm e  $D_2 = 4,6$  cm e (f)  $D_1 = 0,0$  cm e  $D_2 = 6,0$  cm.

Concluída a construção das malhas, atribuem-se para o problema as condições de contorno como velocidade de entrada e características do fluido utilizado. Foi considerado um escoamento turbulento de um fluido newtoniano<sup>2</sup> e incompressível (densidade constante) onde foram utilizadas as características da água doce (viscosidade cinemática de  $10^{-5}$   $m^2/s$  e massa específica de  $1000$   $kg/m^3$ ), velocidade inlet inicialmente de  $5$   $m/s$  (sendo variada em outras baterias de simulações) com  $Re = 5,0 \times 10^4$  e a condição de *non slip* nas paredes do duto, ou seja, a velocidade do fluido em todos os limites da interface fluido-sólido é igual à do contorno sólido. Conceitualmente, pode-se pensar que as moléculas mais exteriores do fluido como presas às superfícies por onde se escoam e assim terá velocidade em relação ao cenário referencial igual a zero (SCHLICHTING et al., 2000).

Foram adotados  $4$  s para o tempo total de análise, intervalo de tempo para a progressão de  $1 \times 10^{-5}$  s, uma escolha que leva em consideração as restrições do número de Courant<sup>3</sup> ( $Co = \frac{U\Delta t}{\Delta x}$ ) e a viabilidade da duração total da simulação e  $1 \times 10^{-2}$  s para o intervalo de escrita dos resultados, valores estes considerados adequados para o estudo em comparação a outros valores testados. No processamento foi usando um total de  $80$  núcleos em  $20$  processadores e  $128$  Gb de memória RAM, realizado em três semanas para todas baterias de simulações. Dez pontos são selecionados em três eixos. O primeiro eixo é colocado próximo da parede inferior do canal em  $y = 0,8$  cm na zona de maior refinamento,

<sup>2</sup>Um fluido newtoniano é um fluido cuja viscosidade, ou atrito interno, é constante para diferentes taxas de cisalhamento e não variam com o tempo (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

<sup>3</sup>O número de Courant é o quociente entre o intervalo de tempo e o tempo de permanência em um volume finito. Pode ser interpretado como uma medida de quantos volumes de controle uma partícula de fluido consegue avançar em um passo de tempo (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

contendo pontos rotulados de 1 à 10. Um segundo eixo corresponde ao canal médio em  $y = 5,0 \text{ cm}$  na zona de refinamento intermediário, contendo pontos rotulados de 11 à 20. O terceiro eixo fica próximo à parede superior em  $y = 9,2 \text{ cm}$  também em zona de maior refinamento, contendo pontos 21 até 30. O primeiro ponto de cada eixo está a  $1,0 \text{ m}$  em  $x$  das obstruções e os demais estão espaçados em  $0,4 \text{ m}$  no sentido a jusante das obstruções, ressaltando que mesmo o duto liso obedece as mesmas referências.

Vale ressaltar que foram realizados estudos de malha próximo às paredes identificando refinamentos que conduzam à convergência e validem a simulação com menor esforço computacional. Estes resultados definiram os refinamentos das malhas citados anteriormente. Foram analisados três tipos de refinamentos nas zonas de maior refinamento, sendo com 3, 6 e 9 subdivisões na direção  $y$ . Utilizando a geometria de obstáculos simétricos calculamos a média e o desvio padrão da velocidade nos 30 pontos definidos anteriormente, como mostrado na Fig. 2.3.

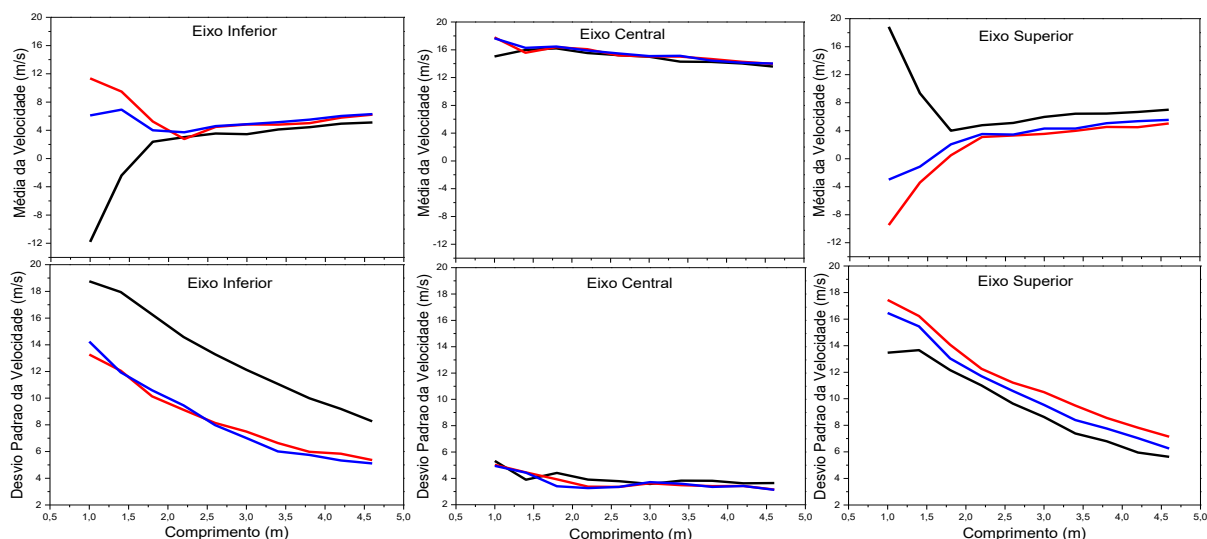


Figura 2.3: Cálculo da média e desvio padrão da velocidade para os eixos inferior, central e superior. Cor preta 3 subdivisões, vermelha 6 subdivisões e azul 9 subdivisões nas zonas próximas à parede.

A Fig. 2.3 mostra um escape da curva preta (3 subdivisões), até  $2,0 \text{ m}$ , na média nos eixos inferior e superior. Já no desvio padrão é percebido um significativo afastamento na curva preta em relação às demais para o eixo inferior indicando uma diferenciação na distribuição de probabilidades, consequentemente os valores calculados da velocidade mais distantes. Para esta simulação o eixo central não sofreu muita influência dos refinamentos nas paredes tanto na média como no desvio padrão.

Após estudo estatístico é visualizada a simulação pelo ParaView verificando o comportamento do escoamento através da velocidade e da vorticidade (Fig. 2.4). A Fig. 2.4 (a) mostra o vetor velocidade e a Fig. 2.4 (b) a vorticidade nos três modelos de refinamentos estudados, refinamento classificado como suave (3 subdivisões), refinamento



classificado como intermediário (6 subdivisões) e refinamento classificado como rigoroso (9 subdivisões).

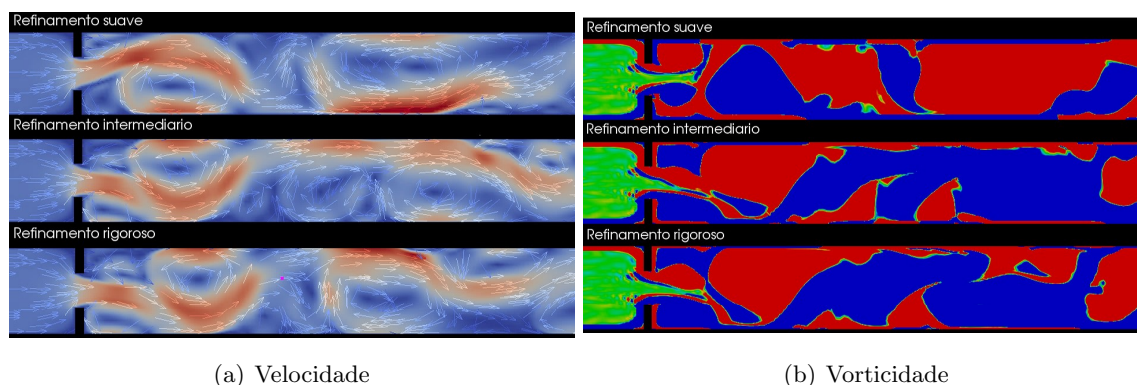


Figura 2.4: Instantâneo da simulação em 2s para três refinamentos próximos as paredes, onde (a) representa o módulo da velocidade e (b) a vorticidade.

Nota-se um fluxo diferenciado na Fig. 2.4 (a) para o refinamento suave em relação aos outros dois em quase todo trecho do instantâneo, onde é possível visualizar vetores em sentido contrário. De mesma forma a Fig. 2.4 (b) os refinamentos intermediários e rigorosos se assemelham em relação ao refinamento suave, a cor vermelha indica vorticidade positiva e praticamente se igualam para os refinamentos intermediários e rigorosos o mesmo ocorre para a cor azul que indica vorticidade negativa. De modo praticamente contrário, as cores no refinamento suave se diferenciam dos outros dois, sugerindo, ainda que aqui ilustrado por um instante de tempo, uma distinção no cálculo dos tensores pela malha menos refinada e uma aproximação (convergência) de valores quando o refinamento é intensificado.

Neste modelo estudado através dos instantâneos do vetor velocidade e da vorticidade, percebeu-se que a malha menos refinada destoava das outras duas que mantêm um comportamento bem semelhante em quase todo o duto. Reforçado pelos cálculos estatísticos da média e desvio padrão notamos que os refinamentos em 6 e 9 subdivisões se assemelham em quase um colapso das curvas. Sendo assim, o estudo estabelece como o refinamento 6 subdivisões (que refletem nas medidas definidas anteriormente), para zonas próximas às paredes, como suficiente para captar as variações de velocidade e vorticidade.

## 2.3 Processamento

Na fase do processamento escolhe-se o solver apropriado para o tipo de problema que se pretende estudar. Na modelagem do canal, o tipo de problema é de um escoamento turbulento. Escoamentos turbulentos são transientes, caracterizados pela presença de grande quantidade de vórtices (eddies) que ocupam uma larga faixa de escalas de comprimento e



de tempo e, portanto, para a resolução das equações de governo em todas estas escalas, é requerida uma discretização espacial e temporal extremamente refinada, o que demanda um grande esforço computacional no que diz respeito ao poder de processamento, tempo de processamento e armazenamento. Por estes aspectos, uma série de aproximações é exigida com propósito de atenuar o custo em poder computacional que quase sempre não estão disponíveis. Tais aproximações são chamadas de Modelo de Turbulência. Para o objetivo proposto, precisa-se de um solucionador transiente para escoamento incompressível e turbulento. Neste contexto, o solver indicado do OpenFOAM é o PisoFOAM, baseado no operador PISO (pressure-implicit split-operator) que é um método eficiente para resolver as equações de Navier-Stokes em problemas instáveis utilizando Método dos Volumes Finitos (GREENSHIELDS, 2015). O operador PISO é um tipo de algoritmo usado na resolução das equações de Navier-Stokes aplicando um processo de acoplamento nas variáveis pressão e velocidades através ciclos de correções, neste trabalho foi utilizado o padrão de dois ciclos de correções. O modelo de turbulência aplicado foi o LES (Large Eddy Simulation) que resolve a turbulência em função do tamanho das escalas turbulentas. Na seção 2.3.1 falaremos mais sobre o modelo LES e o propósito de sua escolha em comparação a outros dois modelos.

### 2.3.1 Modelos numéricos de turbulência

Como modelos de simulação para escoamentos turbulentos destacam-se o DNS (Direct Numeric Simulation) baseado em simulação numérica direta, LES (Large Eddy Simulation) baseado em simulação das grandes escalas da turbulência e RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) baseado na clássica decomposição de Reynolds (WILCOX et al., 1998). A Fig. 2.5 mostra o esquema de trabalho dos três modelos em relação a escala dos vórtices.

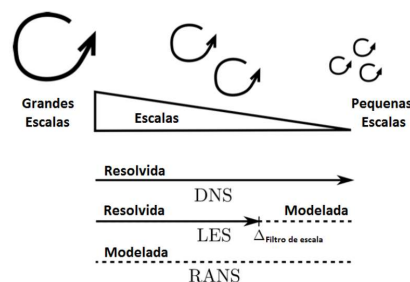


Figura 2.5: Figura esquemática dos modelos RANS, LES e DNS quanto a escala de comprimento dos vórtices. Imagem retirada dos anais da EPTT, *Simulação de grandes escalas em um ciclone utilizando o método de Lattice Boltzmann* (DUARTE; SOUZA, 2014).

O modelo DNS consiste em resolver as equações completas de Navier-Stokes para todos os pontos da grade em todas as escalas temporais e espaciais do movimento. Estas simulações calculam o fluxo médio e todas as flutuações de velocidade turbulenta. De acordo com

[Silvestrini \(2003\)](#), em escoamentos turbulentos, devido a existência de uma larga faixa dessas escalas, proveniente da presença de vórtices tridimensionais, um altíssimo refinamento de malha é necessário para resolução das equações. Essas malhas são suficientemente finas para que possam resolver as escalas de comprimento de Kolmogorov nas quais a dissipação de energia ocorre e com intervalos de tempo suficientemente pequenos para resolver o período das flutuações mais rápidas. Nesta simulação, um grande esforço computacional é exigido limitando sua utilização a escoamentos com baixos ou moderados números de Reynolds.

No modelo RANS, as equações são obtidas por processos de médias temporais aplicadas às equações instantâneas de Navier-Stokes, de modo que a velocidade instantânea é decomposta em um valor médio e uma flutuação ([MENTER; KUNTZ, 2004](#)). O elemento crítico desta modelagem é a representação das tensões turbulentas que descrevem os efeitos das flutuações turbulentas de pressão e velocidade. Neste modelo todas as informações espectrais são perdidas e as quantidades estatísticas são médias sobre todas as escalas de turbulência. Os recursos de computação necessários para cálculos são modestos, portanto, essa abordagem tem sido a base dos cálculos de fluxo de engenharia nas últimas três décadas.

A Simulação LES utiliza um filtro que separa as grandes estruturas da turbulência que transportam energia e quantidade de movimento, das pequenas estruturas, representadas pelos pequenos vórtices, onde prevalece a isotropia ([WILCOX et al., 1998](#)). A simulação das grandes escalas é conduzida tal como a técnica DNS, com discretizações espaciais e temporais bastante refinadas, onde são resolvidas as equações instantâneas de Navier-Stokes apenas para as escalas energéticas do escoamento. As pequenas escalas de comprimento e tempo são modeladas por um modelo algébrico simples, chamado modelo de escala de sub-grid (SGS - sub-grid-scale). Do ponto de vista das flutuações das variáveis, o modelo LES pode ser situado entre a técnica DNS, onde todas as flutuações são, em princípio, resolvidas, e a modelagem RANS, onde somente os valores médios são resolvidos, enquanto as flutuações são parametrizadas ([SILVESTRINI, 2003](#)). Os recursos de computação em termos de armazenamento e volume de cálculos são grandes, porém essa técnica está começando a resolver problemas de CFD com geometria complexa.

Neste trabalho, trataremos de escoamentos com Número de Reynolds  $Re = 2,5 \times 10^4$ ,  $Re = 5,0 \times 10^4$ ,  $Re = 10,0 \times 10^4$  e  $Re = 25,0 \times 10^4$ , considerados como escoamentos turbulentos. O Método dos Volumes Finitos (seção 2.3.3) é utilizado para resolver as equações governantes do problema. O ideal seria aplicação do DNS, onde as equações de Navier-Stokes seriam resolvidas diretamente em todas as escalas espaciais e temporais envolvidas. Devido as limitações computacionais existentes, buscamos melhores aproximações com a escolha de um modelo. As simulações RANS e LES tornam-se as melhores alternativas de modelo para predição numérica. Neste contexto, foi utilizado o modelo LES, pois além das

literaturas mostrarem ser o mais indicado para as aplicações estudadas através de séries temporais, onde a média e flutuações estão presentes, será necessário realizar cálculos de correlações entre os campos de velocidades, fato este que não pode ser obtido se apenas as médias dos campos são calculadas.

Na essência da abordagem do LES para o tratamento numérico da turbulência, os grandes vórtices são calculados e os menores vórtices, quase isotrópicos com um comportamento universal, são modelados. Identificados por escalas de comprimento, uma escala chamada de SGS (sub-grid-scale), define os modelados. Por outro lado, o de maiores escala que extraem energia do fluxo médio, são mais anisotrópicos e seu comportamento é determinado pela geometria do domínio do problema, pelas condições de contorno e pelas forças do corpo. O LES usa uma operação de filtragem espacial para separar os vórtices maiores e menores. O método começa com a seleção de uma função de filtragem  $G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \Delta)$  ( $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{x}'$  vetores posição no domínio do fluxo) com uma certa largura de corte ( $\Delta$ ) com o objetivo de resolver todos os vórtices com escala de comprimento maior que a largura de corte e os de escala menor que a largura de corte são destruídos (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Aqui a largura de corte é definida como  $\Delta = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$ , uma função filtrada  $\bar{\phi}(\mathbf{x}, t)$  dada por,

$$\bar{\phi}(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \Delta) \phi(\mathbf{x}', t) dx' dy' dz', \quad (2.1)$$

onde,

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \Delta) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta^3}, & |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0, & |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| > \frac{\Delta}{2} \end{cases} \quad (2.2)$$

chamada de função Top-Hat ou Box filter (mais indicado para implementações com MVF) e  $\phi(\mathbf{x}', t)$  a função antes da filtragem (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). Neste trabalho a função  $\phi$  é considerada como as variáveis velocidade e pressão. Tomemos as equações Eq. 1.7 (conservação de massa para uma dada propriedade), Eq. 1.8 e as equações de Navier-Stokes Eq. 1.20, Eq. 1.21 e Eq. 1.22, com termos fontes  $f_{Mx} = f_{My} = f_{Mz} = 0$ , por considerar um fluido incompressível ( $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \Leftrightarrow \text{div}(\mathbf{u}) = 0$ ). Aplicando a função filtro Eq. 2.2 na variável velocidade  $\mathbf{u} = (u, v, w)$  obtemos pela Eq. 2.1 a variável filtrada  $\bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$  (média espacial), de modo que a equação de continuidade do LES e as equações de Navier-Stokes ficam na forma,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{\mathbf{u}}) = 0$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{u})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{u} \bar{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \mu \text{div}(\nabla(\bar{u})) \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial(\rho \bar{v})}{\partial t} + \text{div}(\rho \bar{v} \bar{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \mu \text{div}(\nabla(\bar{v})) \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{w})}{\partial t} + \text{div}(\rho\bar{w}\bar{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial z} + \mu\text{div}(\nabla(\bar{w})), \quad (2.5)$$

um problema existe no termo convectivo devido a necessidade de calcular a média espacial do produto. Fazemos assim o seguinte artifício matemático  $\text{div}(\rho\overline{\phi\bar{\mathbf{u}}}) = \text{div}(\rho\bar{\phi}\bar{\mathbf{u}}) + (\text{div}(\rho\overline{\phi\bar{\mathbf{u}}}) - \text{div}(\rho\bar{\phi}\bar{\mathbf{u}}))$  considerando uma variável genérica  $\phi$ . Assim, usando este artifício nas equações Eq. 2.3, Eq. 2.4 e Eq. 2.5 obtemos as equações de momento do LES,

$$\frac{\partial(\rho\bar{u})}{\partial t} + \text{div}(\rho\bar{u}\bar{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x} + \mu\text{div}(\nabla(\bar{u})) - (\text{div}(\rho\bar{u}\bar{\mathbf{u}}) - \text{div}(\rho\bar{u}\bar{\mathbf{u}})) \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{v})}{\partial t} + \text{div}(\rho\bar{v}\bar{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial y} + \mu\text{div}(\nabla(\bar{v})) - (\text{div}(\rho\bar{v}\bar{\mathbf{u}}) - \text{div}(\rho\bar{v}\bar{\mathbf{u}})) \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial(\rho\bar{w})}{\partial t} + \text{div}(\rho\bar{w}\bar{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial z} + \mu\text{div}(\nabla(\bar{w})) - (\text{div}(\rho\bar{w}\bar{\mathbf{u}}) - \text{div}(\rho\bar{w}\bar{\mathbf{u}})). \quad (2.8)$$

Usando propriedades do operador divergência nos dois últimos termos das Eq. 2.6, Eq. 2.7 e Eq. 2.8, pode-se identificar um conjunto de tensores  $\tau_{ij}$  como,

$$\begin{aligned} \text{div}(\rho\overline{u_i\bar{\mathbf{u}}}) - \text{div}(\rho\bar{u}_i\bar{\mathbf{u}}) &= \text{div}(\rho\overline{u_i\bar{\mathbf{u}}} - \rho\bar{u}_i\bar{\mathbf{u}}) = \\ \frac{\partial(\rho\overline{u_i\bar{u}} - \rho\bar{u}_i\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho\overline{u_i\bar{v}} - \rho\bar{u}_i\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\rho\overline{u_i\bar{w}} - \rho\bar{u}_i\bar{w})}{\partial z} &= \frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j}, \end{aligned}$$

onde,  $\tau_{ij} = \rho\overline{u_i\bar{\mathbf{u}}} - \rho\bar{u}_i\bar{\mathbf{u}} = \rho\overline{u_i\bar{u}_j} - \rho\bar{u}_i\bar{u}_j$  (notação de Einstein) e  $u_i$  componente do vetor velocidade (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). O tensor  $\tau_{ij}$  é candidato a aplicação de uma modelagem. Isto decorre pelo fato de  $\tau_{ij}$  possui contribuições substanciais atribuíveis ao transporte de momento convectivo devido a interações entre os vórtices em escalas não resolvidas chamadas de escala de sub-grid (SGS - sub-grid-scale). A natureza dessas contribuições pode ser determinada com o auxílio de uma decomposição de uma variável de fluxo  $\phi$  como a soma da função filtrada  $\bar{\phi}$  com variações espaciais que são maiores que a largura de corte logo resolvidas pelo cálculo do LES e  $\phi'$  que contém variações espaciais não resolvidas com escala de comprimento menor que a largura de corte. Assim,

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \bar{\phi}(\mathbf{x}, t) + \phi'(\mathbf{x}, t). \quad (2.9)$$

Usando a decomposição da Eq. 2.9, podemos escrever  $\tau_{ij}$  como,

$$\begin{aligned} \tau_{ij} = \rho\overline{u_i\bar{u}_j} - \rho\bar{u}_i\bar{u}_j &= \left[ \overline{\rho(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)} \right] - \rho\bar{u}_i\bar{u}_j = \\ &= \left[ \overline{\rho\bar{u}_i\bar{u}_j} + \overline{\rho\bar{u}_i u'_j} + \overline{\rho u'_i \bar{u}_j} + \overline{\rho u'_i u'_j} \right] - \rho\bar{u}_i\bar{u}_j \\ &\quad \Downarrow \\ \tau_{ij} &= (\overline{\rho\bar{u}_i\bar{u}_j} - \rho\bar{u}_i\bar{u}_j) + \overline{\rho\bar{u}_i u'_j} + \overline{\rho u'_i \bar{u}_j} + \overline{\rho u'_i u'_j} = L_{ij} + C_{ij} + R_{ij}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde,

$$\begin{aligned} L_{ij} &= \rho \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (\text{Tensor de Leonard}) \\ C_{ij} &= \rho \overline{\bar{u}_i u'_j} + \rho u'_i \bar{u}_j \quad (\text{Tensor cruzado}) \\ R_{ij} &= \rho u'_i u'_j \quad (\text{Tensor LES de Reynolds}). \end{aligned}$$

O Tensor  $L_{ij}$  é o único formado apenas por escalas resolvíveis podendo ser calculado diretamente (dependendo do método numérico usado), os demais serão modelados devido a presença de componentes em escala SGS (WILCOX et al., 1998).

No presente estudo, utilizamos um modelo para  $\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j = \frac{\tau_{ij}}{\rho} = \tau_{ij}^*$  proposto por Kim e Menon (1995), chamado de dynamicKEqn, que utiliza a energia cinética de sub-grid  $k_{sgs} = \frac{1}{2}(\overline{u_i u_i} - \bar{u}_i \bar{u}_i)$ . Identificado como um modelo dinâmico de uma equação baseado na viscosidade turbulenta  $\nu_T = C_\nu \Delta \sqrt{k_{sgs}}$ , onde  $C_\nu$  é um coeficiente. A escolha deste modelo para trabalhar com os tensores de escala de sub-grid, deu-se por mostrar o mais indicado para o tipo de problema aqui tratado principalmente por utilizar ajustes dos coeficientes de viscosidade turbulenta ( $C_\nu$ ) e dissipação ( $C_\varepsilon$  mostrado mais adiante). Estes ajustes são realizados de forma dinâmica em funções do tempo e posição tratando localmente os efeitos da turbulência, fato este, ignorado em modelos que usa um parâmetro algébrico que não depende do tempo para estabelecer um equilíbrio local entre produção de energia e dissipação, como por exemplo modelo de Smagorinsky (KIM; MENON, 1995).

Como base este modelo utiliza a seguinte EDP,

$$\frac{\partial k_{sgs}}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial k_{sgs}}{\partial x_i} = -\tau_{ij}^* \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \nu_T \frac{\partial k_{sgs}}{\partial x_i} \right), \quad (2.11)$$

chamada de equação de transporte para a energia cinética tendo  $k_{sgs}$  como solução. Os três termos do lado direito representam, respectivamente, a taxa de produção atrelada ao tensor  $\tau_{ij}^*$  modelado como,

$$\tau_{ij}^* = -2\nu_T \bar{S}_{ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij} k_{sgs}, \quad (2.12)$$

onde

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

é o tensor de taxa de deformação de escala e  $\delta_{ij}$  o delta de Kronecker, a taxa de dissipação  $\varepsilon$  que por simples argumentos de escala é modelada como,

$$\varepsilon = C_\varepsilon \frac{k_{sgs}^{\frac{3}{2}}}{\Delta}, \quad (2.13)$$

onde  $C_\varepsilon$  é outro coeficiente do modelo e a taxa de transporte de  $k_{sgs}$  representada em termos da viscosidade turbulenta  $\nu_T$ . O método de modelagem dinâmica é aplicado ao modelo de escala de sub-grid de k-equação para obter valores apropriados dos coeficientes  $C_\nu$  e  $C_\varepsilon$ . Nessa abordagem de modelagem dinâmica, uma identidade matemática entre

as tensões resolvidas no filtro de escala de grade  $\Delta$  e um filtro de teste  $\tilde{\Delta}$  (com largura de corte usualmente  $\tilde{\Delta} = 2\Delta$ ) é aplicada para determinar tais coeficientes. Dada uma propriedade  $\phi$  denotaremos a propriedade aplicada ao filtro teste por  $\tilde{\phi}$  ou  $\langle \phi \rangle$ .

Com a implementação do método a energia cinética turbulenta ao nível do filtro de teste é obtida como  $K = \tilde{k}_{sgs} + \frac{1}{2}L_{ii}^*$ , onde  $\tilde{k}_{sgs} = \frac{1}{2}(\langle \tilde{u}_i \tilde{u}_i \rangle - \tilde{u}_i \tilde{u}_i)$  e  $L_{ij}^* = T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij}^* = \langle \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle - \tilde{u}_i \tilde{u}_j = \frac{L_{ij}}{\rho}$ , com

$$T_{ij} = -2C_\nu \tilde{\Delta} K^{\frac{1}{2}} \tilde{S}_{ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij} K \quad e \quad \tilde{\tau}_{ij}^* = -2C_\nu \Delta \langle k_{sgs}^{\frac{1}{2}} \bar{S}_{ij} \rangle + \frac{2}{3} \delta_{ij} \tilde{k}_{sgs}$$

Para a modelagem do  $C_\nu$  é usada a expressão,

$$L_{ij}^* - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk}^* = 2C_\nu M_{ij}, \quad (2.14)$$

onde,

$$M_{ij} = - \left( \tilde{\Delta} K^{\frac{1}{2}} \tilde{S}_{ij} - \Delta \langle k_{sgs}^{\frac{1}{2}} \bar{S}_{ij} \rangle \right).$$

Um segundo formato para encontrar  $C_\nu$  minimizando erros que possam ocorrer na solução de Eq. 2.14 é proposto por Lilly (1992) através do Método dos Mínimos Quadrados pela expressão,

$$C_\nu = \frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}}.$$

Para a modelagem do  $C_\varepsilon$  uma identidade matemática é usada entre a taxa de dissipação resolvida no nível do filtro da escala de grade  $\varepsilon$  e o nível do filtro de teste  $E$  dada pela expressão (KIM; MENON, 1995),

$$C_\varepsilon = \frac{E - \tilde{\varepsilon}}{G} = \nu \frac{\left( \left\langle \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right\rangle - \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right)}{\left( \frac{K^{\frac{3}{2}}}{\tilde{\Delta}} - \left\langle \frac{k_{sgs}^{\frac{3}{2}}}{\Delta} \right\rangle \right)}, \quad (2.15)$$

onde  $G$  é definido a partir da Eq. 2.13,

$$E = \nu \left( \left\langle \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\rangle - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad e \quad \varepsilon = \nu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right).$$

Note que a Eq. 2.15 é usada para avaliar o coeficiente do modelo de taxa de dissipação  $C_\varepsilon$ , que por sua vez é uma equação escalar de uma única variável e, portanto, pode ser obtido sem aplicar o Método dos Mínimos Quadrados (KIM; MENON, 1995).

### 2.3.2 Validação dos resultados obtidos com PisoFOAM

As simulações atuam diretamente com os efeitos causados pela camada limite nos escoamentos. Com intuito de validar os resultados fornecidos pelo solver, foram realizadas investigações afim de analisar a influência da camada limite através do mapeamento de seu comportamento nas simulações. O objetivo é simular fluxos de fluidos em duas dimensões com um alto grau de refinamento e pequenos passos de tempo, para o mapeamento da camada limite. Um segundo formato para investigação no qual também reflete efeitos da camada limite foi realizado através da análise no perfil de velocidades em um escoamento. Ambas as investigações foram comparadas com resultados teóricos e experimentais encontrados na literatura.

Espera-se que o refinamento da malha leve à observação de subcamadas na camada limite, que devem ser comparadas com os resultados teóricos para o comportamento universal experimentalmente comprovado em Tritton (2012). De fato, até o presente, bons resultados foram obtidos nas simulações para fluxos turbulentos internos. No entanto, é questionável se o resolvidor PisoFOAM com o modelo LES fornece, no caso de um refinamento adequado da matriz de células próximo as paredes, uma confirmação da existência das várias subcamadas da camada limite.

O modelo de domínio adotado aqui é uma superfície na qual uma obstrução é colocada próximo à entrada que funciona como injetor de vorticidade. O cálculo próximo à parede é realizado a montante do obstáculo para investigar a camada limite laminar. A dependência da velocidade axial média na distância da parede é comparada ao comportamento teórico universal apresentados por Tritton (2012), como visto na Figura 2.6.

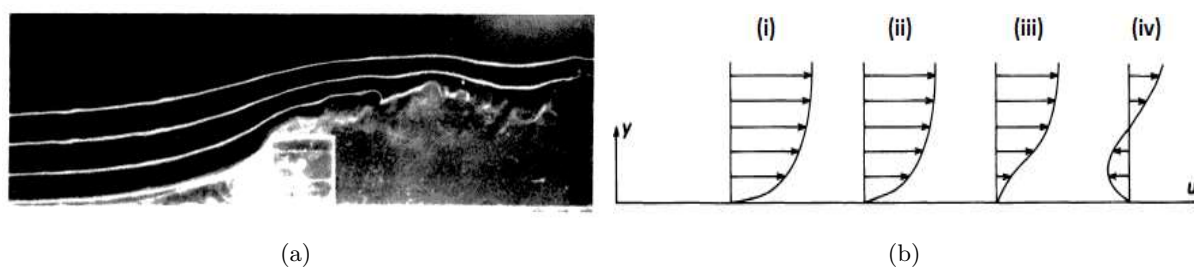


Figura 2.6: Imagens retiradas do livro *Physical fluid dynamics - David J. Tritton - 2012*. Onde: (a) Visualização experimental de fluxo bidimensional a montante e a jusante do obstáculo. (b) Perfis de velocidade axial a montante do obstáculo, sendo (i) o mais afastado e (iv) o mais próximo a obstrução.

A ideia inicial será aplicar vários níveis de refinamentos de malha e pequenos passos de tempo. Nota-se um comportamento inicialmente instável da camada limite laminar (a montante do obstáculo) estabilizando-se em seguida. A Figura 2.7 mostra três instantâneos, após visualmente o fluxo estabilizar a montante do obstáculo. São eles: mag-



nitude da velocidade com e sem a visualização dos vetores e a velocidade na direção  $x$  ( $U_x$ ) do escoamento, onde obtemos conformidade visual com os resultados na Fig. 2.6 (a).

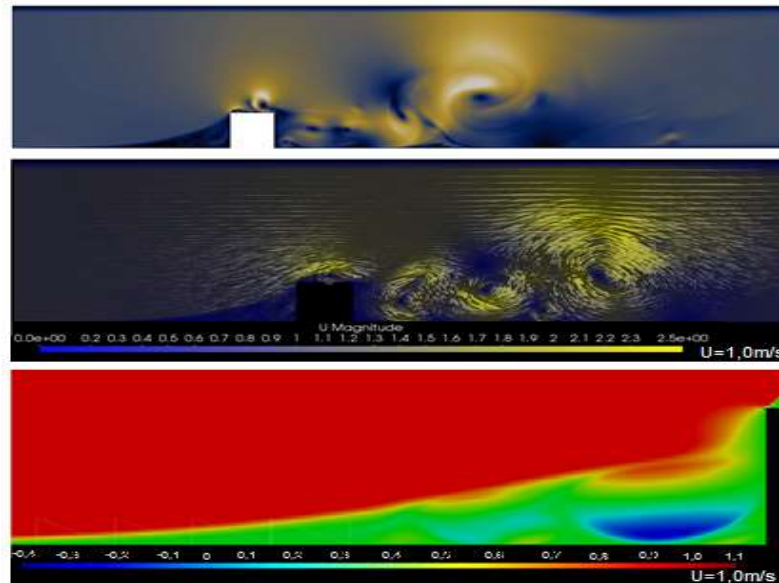


Figura 2.7: Duto com indutor de vorticidade e alto grau de refinamento da malha próximo a parede. A figura mais acima representa magnitude da velocidade, a do meio magnitude da velocidade mostrando os vetores e a figura mais abaixo a velocidade  $U_x$ .

Buscamos em seguida, mapear a camada laminar antes da obstrução fixando alguns pontos que reflitam a variação da velocidade nesta região. A Fig. 2.8 mostra o perfis do gradiente da velocidade axial com a altura na direção  $y$ . As curvas representam uma sequencia de 200 pontos que variam na direção  $y$  e as cores representam as distâncias ao obstáculo (variando com a coordenada  $x$ , onde a mais próxima está a 8,0 cm do obstáculo e a mais afastada a 14,0 cm do obstáculo).

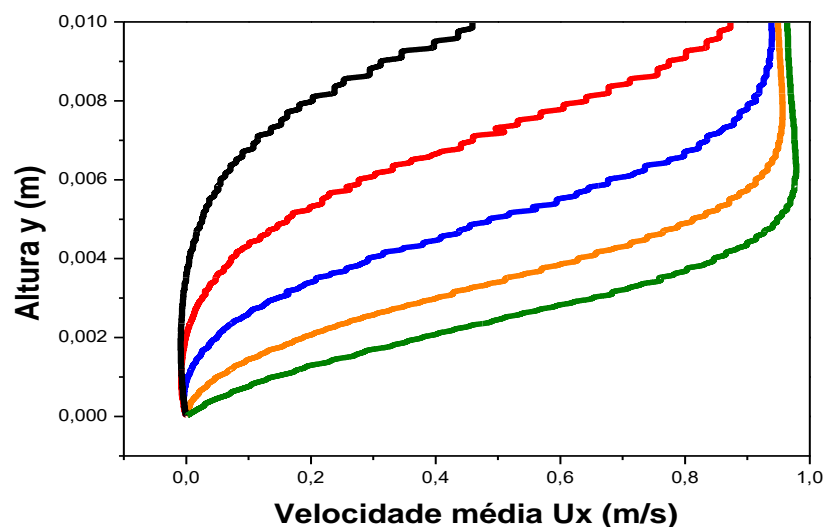


Figura 2.8: Mapeamento da camada limite lamina a montante a obstrução onde a cor verde representa os pontos mais distantes a obstrução e a cor preta os mais próximos a obstrução.



A Fig. 2.9 é uma representação da Fig. 2.8 afastando as curvas para que fiquem com a mesma apresentação da Fig. 2.6 (b), onde a curva verde pode ser comparada com a curva (i) da Fig. 2.6 (b) e a curva preta com a curva (iv).

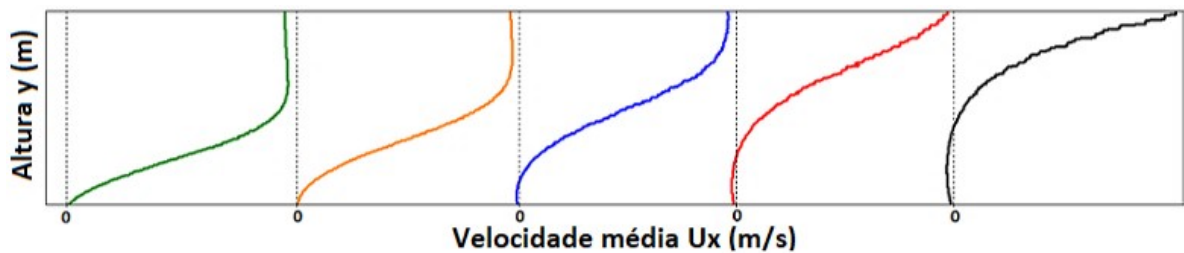


Figura 2.9: Representação separada das curvas que mapeiam a camada limite. As curvas mais a esquerda significam as mais afastadas da obstrução.

Pelas Fig. 2.6 (b) e Fig. 2.8 (ou Fig. 2.9) foram possíveis gerar comparativos estabelecendo conformidade entre os resultados, teóricos e experimental, visto em Tritton (2012).

Com intuito de reforçar a validação dos resultados obtidos pelo solver na estrutura estudada, uma investigação foi realizada através da simulação de um duto sem obstruções. O propósito é utilizar um domínio bastante refinado e calcular a média das velocidades em uma sequencia de pontos com  $x$  fixo e  $y$  variando e assim traçar um perfil de velocidades que possibilite um comparativo com equações encontradas da literatura.

A malha, também bidimensional, tem largura de  $10,0\text{ cm}$  e comprimento  $5,0\text{ m}$ . Os pontos para o cálculo das velocidades são tomados 41 valores de  $y$  para um mesmo valor de  $x$ , a uma distância em que os escoamentos estejam plenamente estabelecidos, e ao longo de todo diâmetro do duto. As simulações foram realizadas com velocidade de  $1,0\text{ m/s}$  e três viscosidades cinemáticas:  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  e  $10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$ . A Fig. 2.10 mostra um instantâneo da simulação no canal com  $Re = 100$ , onde visualiza-se o módulo do vetor velocidade, realçando seu perfil a uma distância da entrada onde o escoamento encontra-se já desenvolvido.

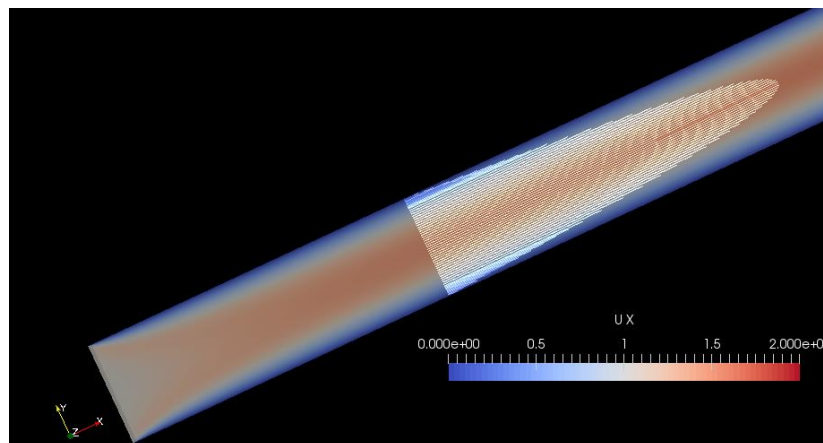


Figura 2.10: Instantâneo da simulação de um escoamento laminar ( $Re=100$ ) em duto sem obstrução realçando o perfil de velocidade.

Considera-se um escoamento laminar, em regime estacionário, em um canal bidimensional com diferença de pressão mantida entre dois lados opostos, ou seja, a pressão varia com  $x$ , obviamente, mas é constante através do domínio em cada  $x$ , velocidade constante na entrada e condição de não escorregamento nas paredes do duto. Uma simples teoria pode ser desenvolvida sobre um possível padrão de fluxo, sobre tais condições, estabelecendo uma distribuição de velocidade  $U(y)$  conhecida como perfil de velocidade (GOLDSTEIN, 1938), dada por,

$$U(y) = U_{max} \left( 1 - \left( \frac{y}{\ell} \right)^2 \right) \quad (2.16)$$

onde,  $U_{max}$  é a velocidade máxima do escoamento,  $\ell$  metade da largura do canal e  $y$  a distância de um ponto até o eixo central do canal. Para a Eq. 2.16 o referencial zero é tomado no meio do canal. Além disso, temos que a massa de um fluido passando através de um canal por unidade de tempo e por unidade de comprimento na direção  $z$ , chamada de fluxo ( $\phi$ ), é dada pela integral do produto da densidade ( $\rho$ ) pela velocidade ( $U(y)$ ) (TRITTON, 2012). Assim, tomando um canal de largura  $2\ell$  e usando a Eq. 2.16 teremos,

$$\begin{aligned} \phi &= \int_{-\ell}^{+\ell} \rho \cdot U(y) dy = \int_{-\ell}^{+\ell} \rho \cdot U_{max} \left( 1 - \frac{y^2}{\ell^2} \right) dy = \\ &= \rho \cdot U_{max} \left( y - \frac{y^3}{3\ell^2} \right) \Big|_{-\ell}^{+\ell} = \rho \cdot U_{max} \left[ \left( \ell - \frac{\ell^3}{3\ell^2} \right) - \left( -\ell - \frac{(-\ell)^3}{3\ell^2} \right) \right] = \\ &= \rho \cdot U_{max} \left( 2\ell - \frac{2\ell}{3} \right) \\ &\quad \Downarrow \\ \phi &= \frac{\rho \cdot U_{max} \cdot 4\ell}{3}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Como o fluxo de massa é dado pelo produto da densidade por volume do fluido em um dado instante de tempo, tem-se que

$$\phi = \frac{\rho \cdot \Delta_x \Delta_y \Delta_z}{\Delta_t}$$

pelas condições estabelecidas para Eq. 2.17 tem-se que  $U(y) = \frac{\Delta_x}{\Delta_t}$ ,  $\Delta_y = 2\ell$  e  $\Delta_z = 1$ , assim

$$\phi = \rho \cdot U(y) \cdot 2\ell \tag{2.18}$$

deste modo das Eq. 2.17 e Eq. 2.18, teremos que

$$\frac{\rho \cdot U_{max} \cdot 4\ell}{3} = \rho \cdot U(y) \cdot 2\ell$$

$$\Downarrow$$

$$U_{max} = \frac{3}{2}U(y) \tag{2.19}$$

Tentando reproduzir essas condições na simulação, foi deixado o escoamento fluir até alcançar um regime estatisticamente estacionário e então calculou-se as médias da velocidade obtendo um perfil ao longo da direção  $y$ . A Fig. 2.11 mostra o perfil de velocidades na simulação representada pela curva preta e a curva vermelha representa o fitting da curva.

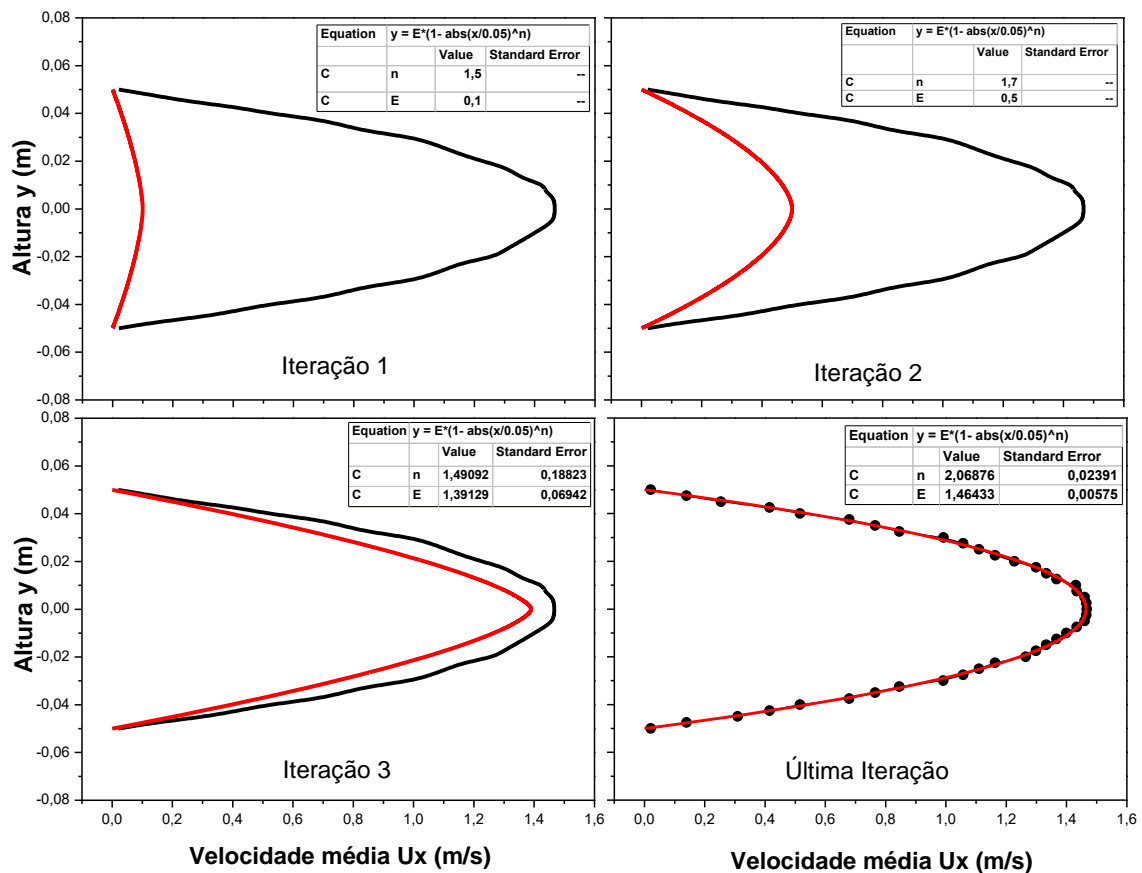


Figura 2.11: Perfil de velocidade do escoamento com  $Re=100$  representado pela curva preta e progressão do fitting (mostrado nos 4 gráficos pelas iterações) da curva representado pela curva vermelha. A última iteração a curva do modelo (vermelha) coincide com o perfil de velocidade da simulação (realçado com pontos pretos).

A representação dos gráficos em Fig. 2.11 foi realizada através de rotação entre os eixos com propósito da visualização da figura ficar horizontal como encontrado nas literaturas. O fitting da curva evoluiu sobre algumas iterações na seguinte equação proposta pelo modelo,

$$y = E \left( 1 - \left| \frac{x}{0,05} \right|^n \right) \quad (2.20)$$

onde  $E$  e  $n$  são parâmetros de iterações e 0,05 metade da largura do canal. Comparando a equação verificada na literatura, Eq. 2.16, com a equação analítica proposta pelo modelo, Eq. 2.20, obtemos resultados satisfatórios para os parâmetros  $E = 1,46433$  e  $n = 2,06876$  em relação a velocidade máxima  $U_{max}$  (Eq. 2.19) e a potência quadrática, estabelecendo conformidade entre resultados da simulação e teóricos.

A seguir na Fig. 2.12 é mostrado a evolução em três perfis de velocidades sobres os mesmos dados da simulação anterior em três viscosidades com número de Reynolds 100, 1000 e 10000. Partindo do número de Reynolds mais baixo o perfil evoluiu para curvas mais achatadas, com número de Reynolds mais alto, a partir de um processo estocástico de cálculo de médias obtendo geometrias semelhantes as verificadas na literatura para regimes laminar e turbulento.

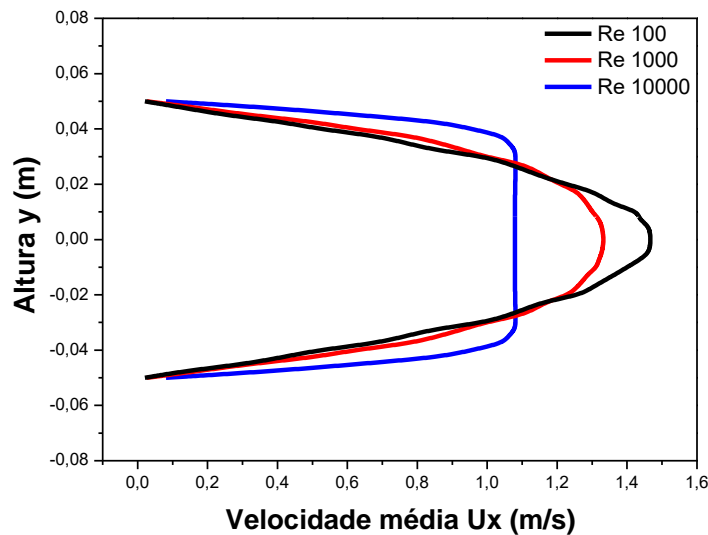


Figura 2.12: Perfis de velocidade nas simulações sobre mesmas condições apenas variando a viscosidade. Escoamento com  $Re=100$  curva preta, com  $Re=1000$  curva vermelha e com  $Re=10000$  curva azul.

Mediante bons comparativos realizados com as literaturas Tritton (2012) e Goldstein (1938) e as simulações utilizando o PisoFOAM e o modelo LES, os resultados encontrados trazem boa confiabilidade nos cálculos das equações de Navier-Stokes e conseqüentemente validação do solver.

### 2.3.3 Método dos Volumes Finitos

O Método dos Volumes Finitos (MVF) é amplamente usado em CFD, devido à sua simplicidade conceitual e facilidade de implementação em malhas arbitrárias, estruturadas ou não [Hirsch \(2007\)](#).

Em [Versteeg e Malalasekera \(2007\)](#), o domínio da solução é subdividido em um número finito de volumes de controle e as equações de conservação, na sua forma integral, são aplicadas em cada um deles. O valor da variável é calculado no centroide de cada volume de controle, onde existe um nó computacional. Interpolação é usada para expressar os valores da variável na superfície do volume de controle, em termos dos valores nodais. Integrais de volume e de superfície são aproximadas usando uma fórmula de quadratura adequada, obtendo uma equação algébrica para cada volume de controle.

Como o interesse da pesquisa é em problemas de transporte de massa e momento, trabalharemos com a seguinte equação ([VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007](#)):

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma\nabla\phi) + S_\phi, \quad (2.21)$$

chamada de equação de transporte para a propriedade  $\phi$ , onde  $\rho$  é a densidade,  $t$  o tempo,  $\mathbf{u}$  o vetor velocidade,  $\Gamma$  é o coeficiente de difusão e  $S_\phi$  uma força externa.

De modo geral a Eq. 2.21 representa a taxa de aumento da propriedade  $\phi$  no elemento de fluido somada a sua taxa líquida fora do elemento, que por sua vez, é igual a soma da taxa de incremento devido a difusão com a sua taxa de aumento devido às fontes. Com o intuito de realizar deduções matemáticas menos densa nas contas, para um melhor entendimento do método de volumes finitos, mostraremos o caso mais simples na Eq. 2.21, onde se aplica o método em um problema puramente difusivo ( $\text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = 0$ ) em regime permanente ( $\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} = 0$ ), ou seja,

$$\text{div}(\Gamma\nabla\phi) + S_\phi = 0. \quad (2.22)$$

Em casos unidimensionais, a aplicação do método a problemas simples de transferência de calor no estado permanente tem sua precisão medida pela comparação dos resultados numéricos com soluções analíticas. É neste caso, para equação unidimensionais de difusão no estado permanente que trabalharemos. A aplicação do método para problemas de difusão bidimensional e tridimensional pode ser visto em [Versteeg e Malalasekera \(2007\)](#).

O MVF é aplicado em três etapas: geração de grade, discretização e soluções das equações algébricas. Na geração de grade, divide-se o domínio em volumes de controle discretos

Fig. 2.13 (a). As faces dos volumes de controle são posicionadas no ponto médio entre os nós adjacentes, assim cada nó é cercado por um volume de controle. Na figura Fig. 2.13 (b) é estabelecido um sistema de notação do método em relação a distância de um nó a fronteiras do volume de controle e ao nó adjacente. Dado um ponto P, seus vizinhos W (oeste), E (leste) e as face do volume de controle  $e$  (leste) e  $w$  (oeste). Define-se as distancias  $\delta X_{WP}$ ,  $\delta X_{wP}$ ,  $\delta X_{PE}$ ,  $\delta X_{Pe}$  e  $\delta X_{we}$  como na Fig. 2.13 (b).

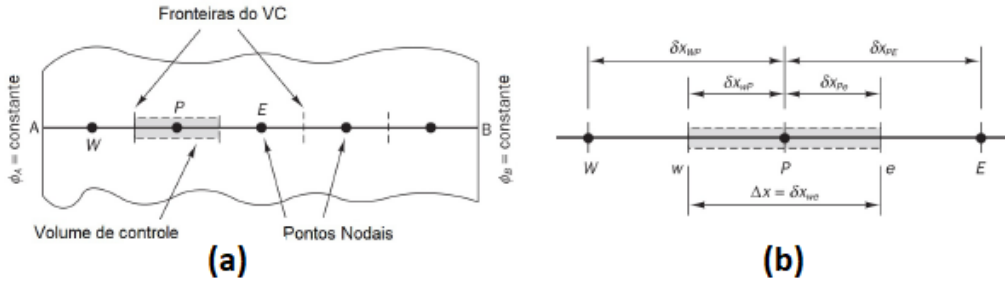


Figura 2.13: Imagem encontrada em Versteeg e Malalasekera (2007) onde: (a) divisão em volumes de controle em domínio unidimensional; (b) sistema de notação estabelecido para distancias.

Partindo para etapa de discretização, o passo chave do MVF é a integração da equação governante sobre um volume de controle para produzir uma equação discretizada no ponto nodal. Deste modo, considera-se a Eq. 2.22 para o caso unidimensional,

$$\frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) + S = 0, \quad S = S_\phi \text{ (unidimensional).}$$

*integrando em ΔV*  
⇒

$$\int_{\Delta V} \frac{d}{dx} \left( \Gamma \frac{d\phi}{dx} \right) dV + \int_{\Delta V} S dV = \left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left( \Gamma A \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \bar{S} \Delta V = 0, \quad (2.23)$$

onde  $\Delta V$  é o volume,  $A$  a área da seção transversal da face do volume de controle e  $\bar{S}$  o valor médio de  $S$  no volume de controle. Essa discretização constitui uma equação de balanço para  $\phi$  sobre o volume de controle. Para obter formas úteis das equações discretizadas, o termo que contém a derivada  $\frac{d\phi}{dx}$  é aproximado por,

$$\left( \frac{\Gamma A d\phi}{dx} \right)_e \simeq \Gamma_e A_e \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) \quad e \quad \left( \frac{\Gamma A d\phi}{dx} \right)_w \simeq \Gamma_w A_w \left( \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right)$$

nas fronteiras  $e$  e  $w$ , e uma aproximação do termo fonte por meio da forma linear,  $\bar{S} \Delta V = S_u + S_p \phi_P$ . Substituindo essas aproximações na Eq. 2.23 obtém-se a forma algébrica e discretizada da Eq. 2.22 como,

$$\begin{aligned} \Gamma_e A_e \left( \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_{PE}} \right) - \Gamma_w A_w \left( \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_{WP}} \right) + (S_u + S_p \phi_P) &= 0 \\ \Downarrow \\ \left( \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e + \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w - S_P \right) \phi_P &= \left( \frac{\Gamma_w}{\delta x_{WP}} A_w \right) \phi_W + \left( \frac{\Gamma_e}{\delta x_{PE}} A_e \right) \phi_E + S_u \end{aligned} \quad (2.24)$$

Partindo para etapa de soluções das equações algébricas, as equações discretizadas devem ser configuradas em cada um dos pontos nodais. Para volumes de controle que são adjacentes aos limites do domínio, a equação geral discretizada é modificada para incorporar condições de contorno. O sistema resultante das equações algébricas lineares é então resolvido para obter a distribuição da propriedade  $\phi$  nos pontos nodais.

As deduções matemática para o caso convectivo difusivo da Eq. 2.21 pode ser visto em Versteeg e Malalasekera (2007). Com intuito de tratar a Eq. 2.21 para problemas transientes ( $\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} \neq 0$ ), é utilizada a equação não permanente de difusão unidimensional (transferência de calor),

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) + S, \quad (2.25)$$

onde  $c$  é o calor específico do material,  $T$  temperatura,  $k$  condutividade térmica do material e os demais termos como definido anteriormente. Integrando da equação 2.25 sobre o volume de controle (VC) (Fig. 2.13) no intervalo de tempo  $t$  até  $t + \Delta t$  teremos,

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV dt &= \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} S dV dt \\ &\Rightarrow \\ \int_w^e \left[ \int_t^{t+\Delta t} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dt \right] dV &= \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( k A \frac{dT}{dx} \right)_e - \left( k A \frac{dT}{dx} \right)_w \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \bar{S} \Delta V dt \\ &\Rightarrow \\ \rho c (T_P - T_P^0) \Delta V &= \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( k_e A \frac{T_E - T_P}{\delta x_{PE}} \right) - \left( k_w A \frac{T_P - T_W}{\delta x_{WP}} \right) \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \bar{S} \Delta V dt \end{aligned} \quad (2.26)$$

onde  $T_P$  é a temperatura no ponto  $P$  avaliada no tempo  $t + \Delta t$  e  $T_P^0$  avaliada no tempo  $t$ . A avaliação de  $T_P$ ,  $T_E$  e  $T_W$  no tempo, é generalizada por meio de um parâmetro de ponderação  $\theta$  entre 0 e 1, tal que,  $\int_t^{t+\Delta t} T_K dt = [\theta T_K + (1 - \theta) T_K^0] \Delta t$ . Assim,

$$\rho c \left( \frac{T_P - T_P^0}{\Delta t} \right) \Delta x = \theta \left[ \frac{k_e (T_E - T_P)}{\delta x_{PE}} - \frac{k_w (T_P - T_W)}{\delta x_{WP}} \right] +$$

$$\begin{aligned}
& (1 - \theta) \left[ \frac{k_e(T_E^0 - T_P^0)}{\delta x_{PE}} - \frac{k_w(T_P^0 - T_W^0)}{\delta x_{WP}} \right] + \bar{S}\Delta x \\
& \Rightarrow \\
& \left[ \rho c \frac{\Delta x}{\Delta t} + \theta \left( \frac{k_e}{\delta x_{PE}} + \frac{k_w}{\delta x_{WP}} \right) \right] T_P = \frac{k_e}{\delta x_{PE}} [\theta T_E + (1 - \theta) T_E^0] + \frac{k_w}{\delta x_{WP}} [\theta T_W + (1 - \theta) T_W^0] + \\
& \left[ \rho c \frac{\Delta x}{\Delta t} - (1 - \theta) \frac{k_e}{\delta x_{PE}} - (1 - \theta) \frac{k_w}{\delta x_{WP}} \right] T_P^0 + \bar{S}\Delta x \quad (2.27)
\end{aligned}$$

A Eq. 2.27 é a forma discretizada da equação dependente do valor de  $\theta$ . Quando  $\theta = 0$  o esquema é chamado explícito, quando  $0 < \theta \leq 1$  os esquemas resultantes são chamados implícitos. Denominado totalmente implícito se  $\theta = 1$  e chamado de esquema Crank-Nicolson se  $\theta = \frac{1}{2}$  (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). O método totalmente implícito é recomendado para cálculos de CFD devido a sua maior estabilidade.

Uma extensão para cálculos em duas e três dimensões pode ser feita através da equação de difusão transitória em três dimensões dada por,

$$\rho c \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S \quad (2.28)$$

considerando um volume de controle em Eq. 2.28 tem-se de modo geral a equação resultante discretizada,

$$a_P \phi_P = a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_N \phi_N + a_B \phi_B + a_T \phi_T + a_P^0 \phi_P^0 + S_u \quad (2.29)$$

onde,

$$a_P = a_W + a_E + a_S + a_N + a_B + a_T + a_P^0 - S_P,$$

$$a_P^0 = \rho c \frac{\Delta V}{\Delta t}, \quad a_W = \frac{\Gamma_w A_w}{\delta x_{WP}}, \quad a_E = \frac{\Gamma_e A_e}{\delta x_{PE}}, \quad a_S = \frac{\Gamma_s A_s}{\delta y_{SP}}, \quad a_N = \frac{\Gamma_n A_n}{\delta y_{PN}},$$

$$a_B = \frac{\Gamma_b A_b}{\delta z_{BP}} \quad e \quad a_T = \frac{\Gamma_t A_t}{\delta z_{PT}}.$$

Para uma dimensão  $a_S = a_N = a_B = a_T = 0$  e para duas dimensões  $a_B = a_T = 0$ .



## 2.4 Pós-processamento

No pós-processamento parte-se para visualização da simulação através do software de pós-processamento ParaView, seguido por interpretação, validação, tratamento e análise dos dados. A análise visual foi utilizada como primeira validação da simulação, através dela observou-se o filme gerado, onde foi possível perceber o fluxo girando e movendo-se como um todo a jusante das obstruções (sentido esperado para o escoamento). Além disso, vórtices aparecem atrás dos dois obstáculos, girando com ambas as polarizações de vorticidade. Também é possível observar a ocorrência simultânea de campos de baixas e altas velocidades. Com o progresso da simulação, foi observada a injeção de vórtices após o fluido passar pelos obstáculos. Os obstáculos desempenham o papel dos injetores de vorticidade cujo transporte a jusante, por convecção e difusão, é a fonte da transição para a turbulência totalmente desenvolvida.

Por outro lado, para a análise dos dados foram utilizadas duas ferramentas estatística. Uma realizada com o cálculo de correlação cruzada pelo coeficiente  $\rho_{DCCA}$  (ZEBENDE, 2011) e a outra com códigos FORTRAN desenvolvidos para calcular a distribuição do campo de velocidade ao longo dos três eixos longitudinais definidos na seção 2.2. Com tempo total de simulação 4 s, calculamos para os dez pontos de cada eixo, 400.000 valores de velocidades nas seis geometrias de dutos (ver seção 2.2). Buscamos identificar uma região ou distância mínima aos obstáculos na qual não se perceba diferenças no fluxo para os cinco dutos semi obstruídos.

A análise da influência da assimetria dos obstáculos foi realizada primeiramente através dos cálculos da média, desvio padrão e skewness, baseados no estudo estabelecido pelos três primeiros momentos da distribuição. No entanto, antes de entrar nesses cálculos, foi necessário prestar atenção a estruturas organizadas que estão sendo criadas logo atrás das obstruções. Percebeu-se que, após um grande número de iterações, mesmo no modelo de obstruções simétricas, uma instabilidade na entrada do jato quebra a simetria do fluxo. Este fato torna necessária uma análise mais profunda da estabilidade do fluxo em diferentes distâncias e posições cruzadas. Para esse propósito, as médias de tempo foram realizadas para um intervalo de tempo  $T$  começando em iterações sucessivas no tempo  $t_0$ :

$$\overline{\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \mathbf{U}(\mathbf{x}, t) dt. \quad (2.30)$$

A Figura 2.14 mostra a médias de tempo da velocidade (na direção x) do fluxo a uma distância próximo a 2,0 m dos obstáculos nos três eixos. A média foi obtida em 160.000 iterações começando na primeira iteração em  $t_0 = 0$ . O fluxo é considerado estacionário se, no limite  $T \rightarrow \infty$ , a média de tempo se torna independente em  $t_0$ . Nesse caso, a ergodicidade pode ser reivindicada, permitindo usar as médias temporais em substituição

das médias de ensemble e assim as distribuições dos campos de velocidades podem ser representada por seus momentos (LUMLEY, 2007).

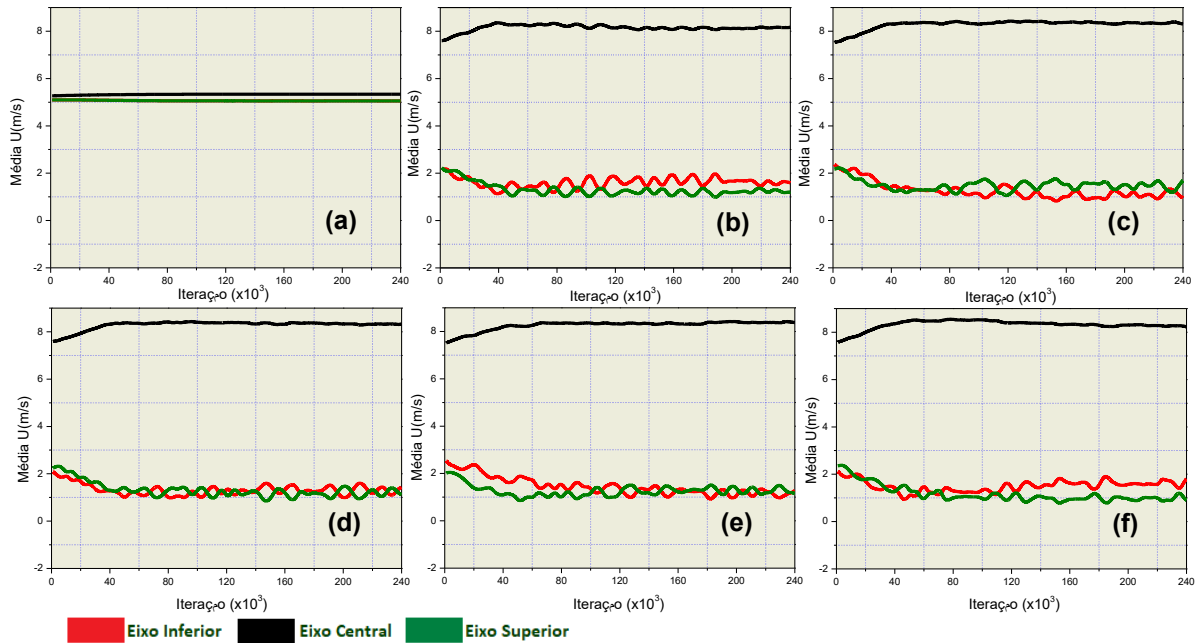


Figura 2.14: Média em intervalo de tempo da velocidade  $U_x$  em 2,2 m das obstruções, onde (a)  $D_1 = D_2 = 0,0$  cm; (b)  $D_1 = D_2 = 3,0$  cm; (c)  $D_1 = 2,0$  cm e  $D_2 = 4,0$  cm; (d)  $D_1 = 1,7$  cm e  $D_2 = 4,3$  cm; (e)  $D_1 = 1,4$  cm e  $D_2 = 4,6$  cm e (f)  $D_1 = 0,0$  cm e  $D_2 = 6,0$  cm, representam as geometrias dos dutos.

A Figura 2.14 mostra investigação em 2,2 m a jusante dos obstáculos, o mesmo estudo foi realizado em outras distâncias ao longo do domínio onde consideramos aceitável realizar a análise estatística com base na distribuição de velocidade calculada a partir da iteração 100.000. Vale ressaltar que em regiões perto as obstruções, próximas a 1,0 m, o fluxo dificilmente pode ser considerado como estatisticamente estacionário para qualquer um dos arranjos de obstáculos, por ser região de formação de grandes estruturas.

Partimos em seguida para o cálculo da distribuição de probabilidades e dos três primeiros momentos da distribuição e posteriormente cálculo do coeficiente de correlação cruzada  $\rho_{DCCA}$ .

### 2.4.1 Três primeiros momentos da distribuição de velocidade

Aqui serão mencionadas algumas definições segundo Lumley (2007).

**Definição 1.** *Sejam  $E$  um experimento e  $S$  o espaço associado ao experimento. Uma função  $X$ , que associe a cada elemento  $s \in S$  um número real  $X(s)$  é denominada variável aleatória.*

**Definição 2.** *Seja  $X$  uma variável aleatória discreta. A probabilidade de que a variável aleatória  $X$  assumira um particular valor  $x$ , é a função de probabilidade de  $X$  que se representa por  $P(X = x)$  ou  $P(X)$ , com  $\sum P(x_i) = 1$ . A função  $P(X = x)$  determina a distribuição de probabilidade da variável aleatória.*

**Definição 3.** *Para cada número inteiro  $n$ , o  $n$ ésimo momento da variável aleatória discreta  $X$ , cuja sua função de probabilidade é dada por  $P(X = x)$ , é definido por:*

$$\mu_n = E(X^n) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i^n P(x_i)$$

**Definição 4.** *Para cada número inteiro  $n$ , o  $n$ ésimo momento central da variável aleatória discreta  $X$ , é definido como:*

$$E[(X - E(X))^n] = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \mu_1)^n P(x_i)$$

O primeiro momento é o momento de ordem 1, referido como a média, ou valor médio da variável, ou seja,

$$\mu_1 = E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i P(x_i).$$

O segundo momento chamado de variância é o momento central de ordem 2, ou seja,

$$E[(X - E(X))^2] = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \mu_1)^2 P(x_i),$$

enquanto sua raiz quadrada é chamada de desvio padrão, denotada por  $\sigma$ . Por fim, direcionado ao interesse da pesquisa, temos o terceiro momento central dado por,

$$E[(X - E(X))^3] = \sum_{i=1}^{\infty} (x_i - \mu_1)^3 P(x_i),$$

onde sua forma adimensional (pelo desvio padrão) é chamada de skewness e é dada por,

$$S = \frac{E[(X - E(X))^3]}{\sigma^3} = \frac{E[(X - E(X))^3]}{E[(X - E(X))^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

Na simulação, através do cálculo da distribuição de velocidade, busca-se encontrar até que ponto a resposta à assimetria das obstruções pode ser percebida antes que o trans-

porte dos vórtices injetados apague completamente as informações dessa assimetria e se a distância máxima mostra sensibilidade às variações do Número de Reynolds. A análise da influência da assimetria dos obstáculos baseou-se no estudo dos três primeiros momentos da distribuição de velocidade. Os cálculos foram realizados para as seis geometrias e os trinta pontos nos três eixos definidos na seção 2.2. O duto sem obstrução tem o intuito de validar a ferramenta estatística. Para cada ponto calcula-se a média, desvio padrão e skewness instituídos pelos três primeiros momentos. São construídos três gráficos, um para a média, outro para o desvio padrão e outro para o skewness, cada gráfico contém todas geometrias. Busca-se encontrar um ponto em que as curvas colapsem indicando uma distância máxima de preservação da memória da quebra de simetria.

### 2.4.2 Coeficiente de correlação cruzada $\rho_{DCCA}$

Dentre diversos métodos para análise de séries não estacionárias, usaremos o coeficiente de correlação cruzada  $\rho_{DCCA}$  (ZEBENDE, 2011), que tem como objetivo quantificar o nível de correlação cruzada entre duas séries temporais não estacionárias tendo como base os métodos DFA e DCCA definidos a seguir. Vários trabalhos como, (MODELAGEM, 2009), (SILVA, 2016), (ZEBENDE; PENNA, 1998), (ZEBENDE; FILHO, 2009), (PENG et al., 1994), (PODOBNIK; STANLEY, 2008), (PODOBNIK et al., 2009), (PODOBNIK et al., 2011), (FILHO; SILVA; ZEBENDE, 2014) e (SILVA et al., 2015) dentre outros trabalhos científicos comprovam a robustez de tais métodos. Aqui correlacionamos com o  $\rho_{DCCA}$  séries temporais extraídas das simulações para mesma geometria e em geometrias distintas dos dutos.

- **DFA - Detrended Fluctuation Analysis**

O método Detrended Fluctuation Analysis (DFA) (PENG et al., 1992), ou seja, análise de flutuações retirando tendências, pode ser aplicado para identificar e mensurar auto correlação de longo alcance em séries temporais não-estacionárias.

Em Peng et al. (1994), dada uma série temporal  $s_i$ , com  $i = 1, \dots, N$ , calcula-se a somatória do desvio padrão de cada registro  $s_i$  em relação à incidência média  $\bar{s}$  na série completa, assim, obtendo a série integrada  $y(k)$  pela expressão  $y(k) = \sum_{i=1}^k (s_i - \bar{s})$ ,  $k = 1, \dots, N$ . Através deste procedimento, pode-se obter uma série com menor número de oscilações, ou seja, apropriada para aplicar o método. Posteriormente divide-se a série integrada  $y(k)$  em intervalos (box) de tamanhos iguais de amplitude  $n$  não sobrepostos. Para cada intervalo de tamanho  $n$  ajusta-se um polinômio de grau  $\geq 1$  denotado por  $y_n(k)$ , que representa a tendência local na amplitude de tamanho  $n$ . Em seguida calcula-se a  $F_{DFA}(n)$  dada por,

$$F_{DFA}(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2} \quad (2.31)$$

deve-se repetir este cálculo para diferentes amplitudes (boxes) de tamanho  $n$ , onde  $n$  foi definido empiricamente variando em  $4 < n < \frac{N}{4}$ . Verifica-se então, se a função  $F_{DFA}(n)$  comporta-se como uma lei de potência, ou seja, se é do tipo  $F_{DFA}(n) \sim n^\alpha$ . Neste caso  $\alpha$  será o coeficiente de auto correlação de longo alcance, onde, se  $\alpha = 0,50$  a série será decorrelacionada, se  $\alpha > 0,50$  a série apresenta persistência e para  $\alpha < 0,50$  a série apresenta um comportamento antipersistente.

### • DCCA - Detrended Cross-Correlation Analysis

O método DCCA é uma generalização do DFA. Desenvolvido por [Podobnik e Stanley \(2008\)](#), o método chamado Detrended Cross-Correlation Analysis (DCCA), tem o objetivo de analisar correlações cruzadas entre duas séries temporais não estacionárias com mesmo número de pontos. A finalidade do método DCCA é estimar a existência ou não de correlação cruzada de longo alcance entre duas séries temporais analisadas, por meio da função covariância sem tendência  $F_{DCCA}^2$  (Eq. 2.32). Se existir uma correlação de longo alcance entre estas duas series, então  $F_{DCCA}^2 \sim n^{2\lambda}$ , com  $\lambda \approx \frac{\alpha_{DFA1} + \alpha_{DFA2}}{2}$ , onde  $\lambda$  descreve o coeficiente de correlação cruzada de longo alcance.

Em [Podobnik e Stanley \(2008\)](#), dada as séries temporais  $s_i$  e  $p_i$ , com  $i = 1, \dots, N$ , integra-se ambas como  $S_k = \sum_{i=1}^k s_i$  e  $P_k = \sum_{i=1}^k p_i$  com  $k = 1, \dots, N$ . Em seguida divide-se  $S_k$  e  $P_k$  em  $(N - n)$  boxes de tamanho  $n$ , com superposição, cada um contendo  $n + 1$  valores. Deste modo, para cada box iniciando em  $i$  e terminando em  $i + n$  calcula-se as tendências locais  $\hat{S}_{k,i}$  e  $\hat{P}_{k,i}$  com  $(i \leq k \leq i + n)$ , como sendo a ordenada do ajuste linear (processo mínimos quadrados) da série somada. A partir daí, calcula-se a covariância dos resíduos em cada caixa pela expressão  $f_{DCCA}^2(n, i) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=i}^{i+n} (S_k - \hat{S}_{k,i})(P_k - \hat{P}_{k,i})$ . Finalmente, calculamos a função correlação cruzada pela soma de todas as  $N - n$  caixas sobrepostas de tamanho  $n$  por,

$$F_{DCCA}^2(n) = \frac{1}{N - n} \sum_{i=1}^{N-n} f_{DCCA}^2(n, i) \quad (2.32)$$

existindo uma lei de potência tal que  $F_{DCCA}^2 \sim n^{2\lambda}$ ,  $\lambda$  o qual chamaremos  $\lambda_{DCCA}$ , qualifica a correlação cruzada entre duas séries temporais de mesmo tamanho, onde, se  $\lambda_{DCCA} = 0,50$  a série será decorrelacionada, se  $\lambda_{DCCA} > 0,50$  a série apresenta persistência e para  $\lambda_{DCCA} < 0,50$  a série apresenta um comportamento antipersistente de longo alcance.

- $\rho_{DCCA}$  - Coeficiente de Correlação Cruzada DCCA

Este coeficiente define uma nova escala de correlação cruzada em séries temporais não estacionárias. O  $\rho_{DCCA}$  é a razão entre a função de covariância sem tendência  $F_{DCCA}^2$  e a função de variância sem tendência  $F_{DFA}$  de cada série temporal, ou seja,

$$\rho_{DCCA} = \frac{F_{DCCA}^2(n)}{F_{DFA_{s_i}}(n) \cdot F_{DFA_{p_i}}(n)} \quad (2.33)$$

Em [Zebende \(2011\)](#), o coeficiente de correlação cruzada  $\rho_{DCCA}$  é adimensional variando entre  $-1 \leq \rho_{DCCA} \leq 1$ . Se  $\rho_{DCCA} = 0$  não existe correlação cruzada entre as séries, se  $\rho_{DCCA} > 0$  existe correlação cruzada entre as séries e esta será perfeita se  $\rho_{DCCA} = 1$  e se  $\rho_{DCCA} < 0$  existe anti correlação cruzada entre as séries, sendo a anti correlação perfeita se  $\rho_{DCCA} = -1$ . Além disso, são definidas as seguintes condições de análise para o coeficiente: (1) correlação cruzada fraca entre  $-0,333... \leq \rho_{DCCA} \leq 0,333...$ , exceto zero; (2) correlação cruzada média entre  $-0,666... \leq \rho_{DCCA} \leq -0,333...$  e  $0,333... \leq \rho_{DCCA} \leq 0,666...$  e (3) correlação cruzada forte entre  $-1 \leq \rho_{DCCA} \leq -0,666...$  e  $0,666... \leq \rho_{DCCA} \leq 1$ .

Na simulação, o processo estocástico do fluxo turbulento, fornece uma série temporal do campo de velocidade em qualquer ponto do domínio. Desse modo, explora-se as correlações cruzadas das séries temporais em diferentes pontos e também em diferentes escalas de tempo usando o coeficiente de correlação cruzada,  $\rho_{DCCA}$ .

Primeiramente são analisados os resultados provenientes da simulação numérica do módulo do campo de velocidade em cada um dos 30 pontos (definidos na seção 2.2). Com base nessas séries temporais, dois tipos de cálculo de correlação cruzada foram realizados com intuito de investigar a resposta do coeficiente neste tipo de problema, e gerar uma possível validação da ferramenta para este modelo de estrutura. Foi proposto inicialmente capturar séries em regiões mais próximas da entrada do fluxo, para referenciar fortes efeitos da turbulência, ou não, a depender da geometria usada. Fixamos o ponto mais próximo das obstruções e que tenha menor reflexo da camada limite (ponto 11 no eixo meio). Desse modo, calculou-se as correlações do ponto 11 com cada um dos outros 29 pontos. Outro análise baseou-se no cálculo da correlação cruzada entre todos os possíveis pares de pontos no canal do meio, exceto o 11 já analisado. Assim, os resultados com  $\rho_{DCCA}$  permitem interpretar como os vórtices se propagam a jusante, e também quantificam quão aderentes são os campos de velocidade em relação à posição do duto.

Detectar da persistência da influência da simetria dos bloqueios nas correlações cruzadas de múltiplas escalas dos campos de velocidade é um segundo formato de estudo

utilizando o  $\rho_{DCCA}$ . Aqui estima-se analisar a influência da simetria de obstáculos no desenvolvimento do fluxo turbulento antes realizadas através do cálculo da distribuição de velocidade.

Os coeficientes de correlação cruzada foram calculados em pontos selecionados em cada eixo, tornando fixo os pontos 10 eixo inferior, 20 eixo central e 30 eixo superior. No cálculo anterior da distribuição de velocidade confirmou-se que nesses pontos a influência da simetria da obstrução desaparece. Tomando esses pontos como referência, os coeficientes de correlações cruzadas de várias escalas são calculados com alguns pontos selecionados no mesmo eixo. A ideia é encontrar uma região onde os valores dos coeficiente colapsam nas cinco geometrias obstruídas, indicando que uma perda de memória da simetria dos obstáculos ocorre logo após esta região. Um outro formato foi extraído das séries temporais nos mesmos cinco canais obstruídos, através do cálculo do coeficiente em pares de pontos de mesmas coordenadas em diferentes canais, ou seja, os pares 1-1, . . . , 30-30 e fixada uma das geometrias (a simétrica) para correlacionar-se com todas as outras obstruídas. São construídos mapas onde buscam encontrar pontos em que as diferenças no  $\rho_{DCCA}$  são mínimas através da identificação de faixas em que seus valores são médios ou fortes. Com este coeficiente de correlação cruzada quantificamos a que distância das obstruções, se tornam independentes na forma das obstruções, estabelecendo uma escala para a perda de memória de simetria das obstruções.

---

## Apresentação de Resultados e Discussões

---

A seguir como resultados serão apresentados três artigos sob as condições de pré - processamento, processamento e pós - processamento descritas no capítulo 2, onde foram estudados escoamentos turbulentos de um fluido newtoniano e incompressível confinado em duto parcialmente obstruído com geometria quase bidimensional (2D). Os efeitos causados pela quebra de simetria dos obstáculos são refletidos na turbulência e estudados através de duas ferramentas estatísticas.

### 3.1 *Artigo 1*

- **Detecção de perda de memória de simetria no bloqueio de um fluxo turbulento dentro de um duto**

Busca-se através da análise dos três primeiros momentos das distribuições de velocidade, identificar um ponto de colapso que mostre a perda de memória, quantificando essa informação, em termos da distância aos obstáculos, em comparativo com três eixos estabelecidos. A simulação foi realizada variando a velocidade em  $2,5\text{ m/s}$ ,  $5,0\text{ m/s}$ ,  $10,0\text{ m/s}$  e  $25,0\text{ m/s}$ , para verificar o comportamento da memória com a variação do número de Reynolds.

A simulação é de um fluxo laminar passando por um obstáculo, esse obstáculo torna-se um injetor de vórtices no início do duto, tornando o fluxo turbulento a jusante como consequência da dinâmica dos vórtices. Dentro do canal, a turbulência se estende por toda seção longitudinal. Portanto, surge uma questão: até que ponto a resposta à assimetria de obstruções pode ser percebida antes que o transporte dos vórtices injetados apague completamente as informações dessa assimetria?

A simulação inicialmente setada em  $5,0\text{ m/s}$ , fornece as velocidades em 400 mil tempos no decorrer de 4s para 30 pontos, 10 pontos em cada eixo (dois eixos próximos as paredes e um terceiro no meio do canal). As distribuições de velocidades são calculadas para cada ponto. No domínio não obstruído, que tem a funcionalidade de analisar a rotina, bem como nos cinco modelos de obstruções, são calculados a média, o desvio padrão e o skewness em função da distância às obstruções.



É possível observar na primeira figura do artigo (Fig. 1.), a ocorrência simultânea de campos de baixa velocidade (em azul) e alta velocidade (em vermelho), o que sugere turbulência em algumas regiões do duto. Neste caso, com a maturação da simulação, foi verificado o surgimento de vórtices após o fluido passar pelos obstáculos, mostrando assim a validade da ideia da inserção de obstáculos como indutor de vórtices para gerar a turbulência. Uma mudança no padrão dos vórtices gerados pelo menos em três geometrias é visualizada na segunda figura do artigo (Fig. 2.), o que mostra validade na ideia do modelo para quebra de simetria.

Através do cálculo da média das velocidades nos três eixos estabelecidos, notamos que no eixo central a informação da quebra de simetria (distância máxima onde as curvas tendem a colapsarem) é perdida rapidamente após o segundo ponto em torno de  $1,5 m$  da obstrução e preservada por maior distância nos eixos próximos a camada limite, em torno de  $2,3 m$ , não sendo possível detectar quebra de simetria após este ponto nos eixos inferior e superior como visto na nona figura do artigo (Fig. 9.). O gráfico referente ao desvio padrão é mostrado na décima figura do artigo (Fig. 10.). O eixo do meio do canal mostra perder informação dos obstáculos simétricos a uma distância de  $2,2 m$  da obstrução, mostrando uma tendência geral para reduzir a dispersão da distribuição à medida que a distância aos obstáculos aumenta. No eixo inferior, a curva que representa a geometria de obstrução simétrica tem o desvio padrão maior que as outras geometrias, observando uma tendência a aproximação dos desvios a partir de  $4,0 m$  dos obstáculos. Para o eixo superior percebe-se que as curvas assimétricas quase que se confundem com a simétrica após  $3,5 m$ . Desse modo, é refletido que os formatos das distribuições de velocidades são muito próximos a partir dos  $4,0 m$  em eixos próximos as paredes. A décima primeira figura do artigo (Fig. 11.) mostra informação que sai do cálculo do terceiro momento, associado à assimetria, sendo pouco representativo no que diz respeito ao objeto de análise da sensibilidade à simetria de obstáculos. Deve-se levar em conta, entretanto, que o cálculo do skewness exige uma grande precisão na simulação, e sua dispersão aqui obtidas são pequenas.

Neste artigo foi verificado também se a memória da quebra de simetria depende do número de Reynolds pelo menos para o primeiro momento da distribuição. A décima segunda figura do artigo (Fig. 12.) mostra o resultado deste cálculo para mais três velocidades de  $2,5 m/s$ ,  $10,0 m/s$  e  $25,0 m/s$ . A preservação da memória mostra uma sensibilidade ao número de Reynolds em regiões próximas às paredes do canal, embora no eixo central, bem como na região das grandes estruturas, não seja particularmente sensível a essas variações de velocidade.

A seguir é apresentado o artigo “Detection of memory loss of symmetry in the blockage of a turbulent flow within a duct” publicado pela revista *International Journal of Modern Physics C* em 2017.

## Detection of memory loss of symmetry in the blockage of a turbulent flow within a duct

F. Rodrigues Santos\* and G. da Silva Costa†

*Instituto Federal de Educação  
Ciência e Tecnologia da Bahia, Camaçari, BA, Brazil  
Programa de Modelagem Computacional - SENAI - Cimatec  
Salvador, Bahia, Brazil  
\*rfabio10@gmail.com  
†gustavocosta77@gmail.com*

A. T. da Cunha Lima

*Universidade Federal da Bahia  
Salvador, Bahia, Brazil  
atcl@ymail.com*

M. P. de Almeida

*Universidade Federal do Ceará  
Fortaleza, Ceará, Brazil  
murilo@fisica.ufc.br*

I. C. da Cunha Lima‡

*Pursuelife - Consultancy on Applied Science  
Salvador, Bahia, Brazil  
Programa de Modelagem Computacional - SENAI - Cimatec  
Salvador, Bahia, Brazil  
ivandacunhalima@gmail.com*

Received 3 March 2017

Accepted 12 April 2017

Published 19 May 2017

This paper aims to detect memory loss of the symmetry of blockades in ducts and how far the information on the asymmetry of the obstacles travels in the turbulent flow from computational simulations with OpenFOAM. From a practical point of view, it seeks alternatives to detect the formation of obstructions in pipelines. The numerical solutions of the Navier–Stokes equations were obtained through the solver PisoFOAM of the OpenFOAM library, using the large Eddy simulation (LES) for the turbulent model. Obstructions were placed near the duct inlet and, keeping the blockade ratio fixed, five combinations for the obstacles sizes were adopted. The results show that the information about the symmetry is preserved for a larger distance near the ducts wall than in mid-channel. For an inlet velocity of 5 m/s near the walls the memory is kept

‡Corresponding author.

up to distance 40 times the duct width, while in mid-channel this distance is reduced almost by half. The maximum distance in which the symmetry breaking memory is preserved shows sensitivity to Reynolds number variations in regions near the duct walls, while in the mid channel that variations do not cause relevant effects to the velocity distribution.

*Keywords:* Turbulence; obstruction; OpenFOAM; Navier–Stokes; pipeline.

PACS Nos.: 47.27.±, 47.27.E±, 47.27.eb.

## 1. Introduction

Many flows occurring in everyday life are turbulent. They are characterized by having velocity and pressure fluctuations superposed to the main flow speed.<sup>1</sup> These fluctuations occur as consequences of the passage of vortices of various scales.<sup>2</sup> A direct consequence of the turbulent flow in channels and pipes is the increase in resistance to the flow, as if the shearstress were larger for turbulent flow than that in the case of laminar case.<sup>3</sup>

The first observation of the laminar-turbulent flow transition was observed by Reynolds in the 19th century. In short, his experiment shows that, if a fluid is allowed to flow long enough, the transition to turbulence will occur, depending on some characteristics, which, put together, constitutes the so-called Reynolds number, which is the ratio between the inertia and the viscous forces in the fluid equation of motion. Transforming the equation governing the flow into nondimensional form, the Reynolds number is written as  $Re = UL/\nu$ , where  $U$  and  $L$  are velocity and length scales associated to the system, respectively, and  $\nu$  is the kinematic viscosity of the fluid. Depending on the domain of the flow the transition occurs at a certain range of the Reynolds number. The momentum balance equation together with the mass conservation equation results, under the Stokes assumption, in the Navier–Stokes equation.<sup>3</sup>

The Navier–Stokes equation is a second-order nonlinear partial differential equation. In cases of high Reynolds numbers the dissipative term constitutes a weak perturbation to the nondissipative (inviscid) flow bringing the problem to be classified as a singular perturbation. This is the origin of the existence of a thin layer near the boundary walls where the velocity changes very rapidly, known as the boundary layer.<sup>3</sup> If a flow starts laminar upstream a certain position on the wall, the boundary layer width grows with the distance to that position, becoming turbulent after a giving point downstream. Inside a pipe or a channel the turbulence extends all over the pipe or channel cross-section.

In cases where a laminar flow passes an obstacle, this obstacle becomes a vortex injector into the flow, which becomes turbulent downstream as a consequence of the vortices dynamics. In such cases a transition to the turbulent flow is induced by the vorticity injected by the obstructions into the flow, as shown in Fig. 1, to be commented in detail later on. Turbulent flows of incompressible fluids in rectangular ducts have been studied both experimentally and numerically. For instance in Ref. 4 the effect of the insertion of roughness in the walls of the duct as vorticity inductors

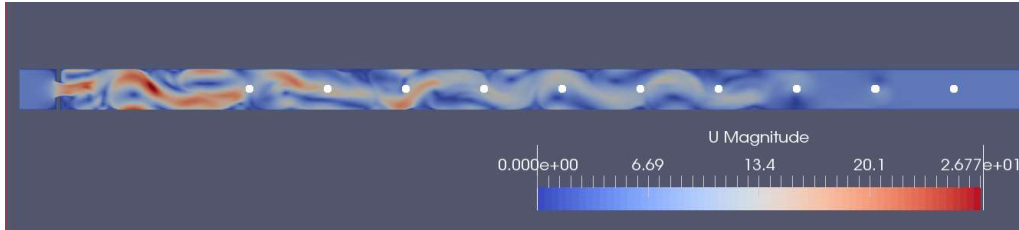


Fig. 1. (Color online) Snapshot of the turbulent flow in a duct with symmetric obstructions obtained during the postprocessing of the library OpenFOAM using ParaView. The color scale represents the magnitude of the velocity field from zero (deep blue) up to maximum value (deep red). The 10 white spots represent approximately the position of the cross-sections containing the probes to be used for the analysis of the turbulence.

has been observed. A low cost computational approach was used in Ref. 5 to deal with the questions of symmetry and asymmetry of roughness (vortex injectors).

From a practical point of view, this paper aims at seeking alternatives to detect the formation of obstructions in pipelines. In oil industry the deposition of paraffines in pipelines is a big problem, in special for surface transport of paraffinic oil and in deep water exploration, where significant temperature gradients occur during the transport inside the risers, as can be observed in several studies such as in Ref. 6. There is a close relation between the kinetic of the paraffine deposition and the turbulence created by the paraffine obstructions. The deposition creates a layer at the pipeline wall with random topography at the beginning, or, in other words, the obstructions being generated by the paraffine deposition is naturally asymmetric.

On the other hand, it has been shown<sup>7</sup> by a spectral analysis of the turbulent kinetic energy, that the region close to the obstructions in a pipeline presents low frequency components capable to distinguish this region from those far from the obstructions, where the turbulence can be considered as fully developed. Therefore, a question arises: how far the response to the asymmetry of these obstructions can be perceived before the transport of the injected vortices erases completely the information of this asymmetry? As it can be seen from Fig. 2, which shows snapshots at the beginning of the simulations and very close to the obstructions, the pattern of the vortices generated is completely different for the three geometries represented in the figure. These snapshots were taken long before the vortices generated by the obstructions perturb the flow. How far these differences can be perceived after the flow becomes stationary (in the statistical sense) is the central question of this work.

The simulations performed in this work used the OpenFOAM library,<sup>8</sup> which is an open source software for numerical solutions of differential equations based on the finite volume method (FVM).<sup>9</sup> The Navier–Stokes equations were solved inside a quasi-two dimensional (2D) duct with variations of obstacles (vorticity inducers) heights. The blockage ratio, as done in Ref. 10, expressed as the ratio of the sum of the heights of the two obstacles ( $D_1$  and  $D_2$ ) to the duct width ( $l$ ) was kept constant.

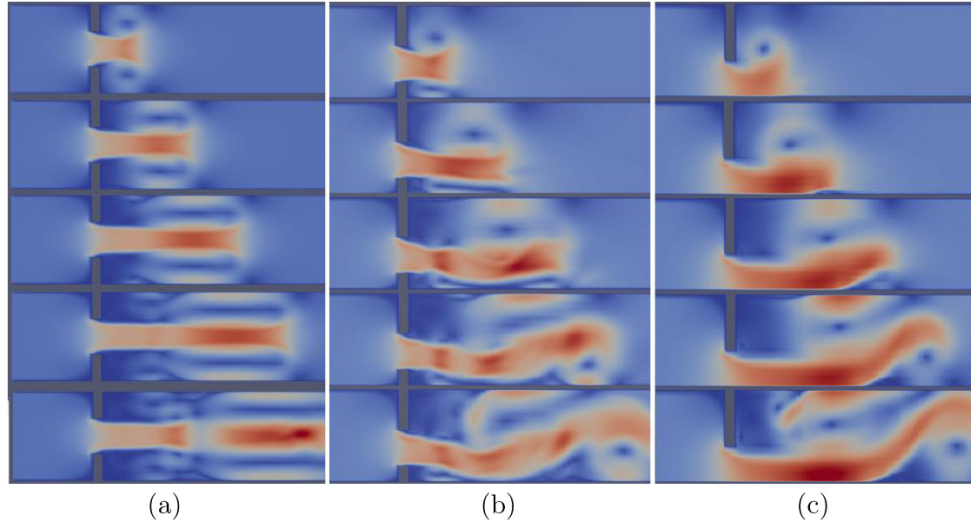


Fig. 2. (Color online) Snapshots of the simulation at five different times. From up to down, 0.01, 0.02, 0.03, 0.04 and 0.05 s. The column at left corresponds to  $D_1 = D_2 = 3.0$  cm; the middle column corresponds to  $D_1 = 1.7$  cm and  $D_2 = 4.3$  cm; the column at right corresponds to  $D_1 = 0.0$  cm and  $D_2 = 6.0$  cm. These results were obtained during the postprocessing of the library. OpenFOAM using ParaView.

## 2. The Physical Problem and the Model Description

This paper studies numerically the effects of turbulence caused in an internal flow of an incompressible fluid in a 2D channel subjected to partial blockages, as shown schematically in Fig. 3. The dynamics of the flow is governed by two sets of equations. First, the balance of mass (continuity equation),

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (1)$$

and the balance of momentum, which becomes under the Stokes hypothesis:

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathbf{f} - \nabla p + \frac{1}{3} \mu \nabla (\text{div}(\mathbf{u})) + \mu \nabla^2 \mathbf{u}, \quad (2)$$

known as the Navier–Stokes equation. Each term has dimension of force by volume.  $\mathbf{f}$  is the external force of volume acting on the particle,  $\mathbf{u}$  is the velocity vector field,

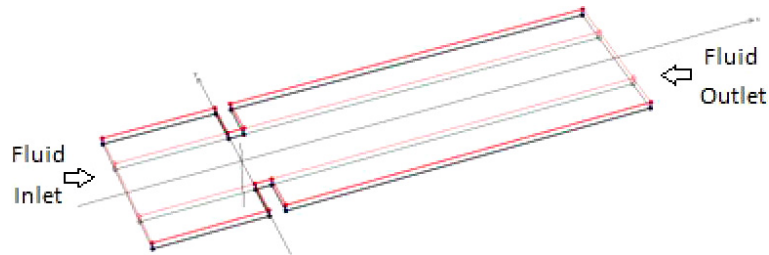


Fig. 3. (Color online) Schematic representation of the domain for a 2D pipeline (length 5.1 m and width 0.1 m), partially blocked by symmetric obstacles.

$p$  is the pressure field,  $\rho$  is the density and  $\mu$  is the viscosity. In case of an incompressible fluid,

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (3)$$

and

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}. \quad (4)$$

### 2.1. Mesh generation

The initial step in the calculation is the definition of the domain and generation of the mesh where the calculation is performed, using the FVM. Structured meshes with hexahedral geometry were generated by the blockMesh preprocessor of OpenFOAM for six domains. The first one was an unobstructed duct intended to validate the results obtained by the simulation. The second was a duct with symmetrical obstacles. The third up to the sixth meshes consisted of ducts with asymmetrical obstacles, the blockage ratio being kept constant. The quasi-2D domain, shown in Fig. 3, consists of a duct of rectangular cross-section with 5.1 m of total length ( $x$ -direction) being 0.09 m before the obstructions, 0.01 m of obstruction width, and 5.0 m after obstruction. The obstructions have varying heights, but the total height ( $D = D_1 + D_2 = 0.06$  m) is constant.  $D_1$  and  $D_2$  represent, respectively, the lower and upper blockages. The duct width is  $l = 0.1$  m ( $y$ -direction), and its depth 0.01 m ( $z$ -direction) placed in a single cell, a value small enough to prevent any changes in 2D analysis, since the software works in three dimensions. The blockage ratio is  $l/(D_1 + D_2)$ . The mesh was divided into zones, as shown in Fig. 4, where the most refined one, of width 1.0 cm, lies close to the walls of the duct, in order to observe variations on the speeds inside the boundary layer. In this zone the cells are 0.5 cm ( $x$ )  $\times$  0.16 cm ( $y$ ). Moreover, inside the area which surrounds the central axis of the duct a refinement has been done with cells 0.5 cm ( $x$ ) by 0.2 cm ( $y$ ). The following obstacles heights were used:  $D_1 = D_2 = 0.0$  cm;  $D_1 = D_2 = 3.0$  cm;  $D_1 = 2.0$  cm and  $D_2 = 4.0$  cm;  $D_1 = 1.7$  cm and  $D_2 = 4.3$  cm;  $D_1 = 1.4$  cm and  $D_2 = 4.6$  cm;  $D_1 = 0.0$  cm and  $D_2 = 6.0$  cm.

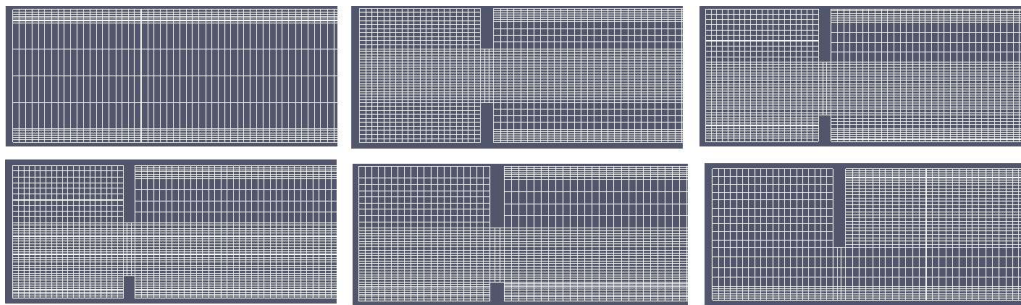


Fig. 4. (Color online) Domain meshing with different cells sizes using BlockMesh from OpenFOAM.



## 2.2. Parameters, boundary conditions, and numerical model

The simulation was performed with the solver PISOFOAM, which is based on the pressure-implicit split-operator (PISO), and the large Eddy simulations (LES) model of turbulence.<sup>11</sup> The latter has been shown to be the most suitable for this type of problem. The computation was made possible by using the high performance computer (HPC) Yemoja, located in SENAI-Cimatec, Bahia, Brazil. The facilities consist of 432 compute blades, each with two compute nodes. Each compute node hosts two 10-core Intel Xeon E5-2690 Ivy Bridge v2 at 3.00 GHz, 130 W. There is a total of 1.7 PB disk storage with 132 TB of RAM, with a theoretical peak performance at about 412 TFLOPS, and a sustained performance at about 405 TFLOPS. The parameters used in the calculation represent a turbulent flow of fresh water with kinetic viscosity  $\nu = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$  and density of  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ . The inlet velocity  $U$  was taken, initially, as 5 m/s, and the nonslip condition on the walls was assumed. Defining the Reynolds number as  $Ul/\nu$ , the calculation presented here corresponds to  $\text{Re} = 5 \times 10^4$ .

## 3. Numerical Results and Statistical Analysis

### 3.1. Visual analysis of the simulation using ParaView

This section presents the results of numerical simulations obtained by OpenFOAM for the six geometries described in Sec. 2.1. A key point in the simulation is the choice of the time interval, which must be done together with the cells' dimensions and the flow velocity in order to satisfy the necessary range of the Courant number.<sup>12</sup> After several tests, the optimal time interval was deemed to be  $10^{-5} \text{ s}$ , and total time of the simulation chosen to be 4 s, after a total of 400 000 iterations. As already shown by the snapshot in Fig. 1 for the symmetrical obstructions, the statistical analysis was performed at 10 cross-sections spaced by 40 cm, at the  $x$ -coordinate positions indicated by the white spots in that figure.

Figure 5 shows a snapshot of the flow just downstream to the symmetrical obstructions with the vector field represented by arrows. It is possible to see that the flow is swirling and moving as a whole to the right. In addition, attachments appear

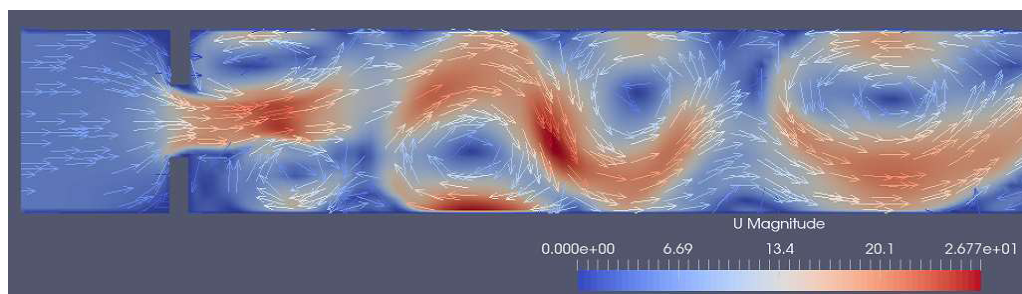


Fig. 5. (Color online) Turbulent flow in duct with symmetric blockages and visualization of the velocity vector field.

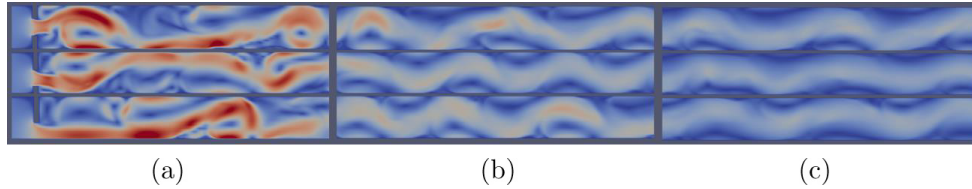


Fig. 6. (Color online) Simulation (up to down) of geometries  $D_1 = D_2 = 3.0$  cm,  $D_1 = 1.7$  cm and  $D_2 = 4.3$  cm,  $D_1 = 0.0$  cm and  $D_2 = 6.0$  cm. (a) This region spans between 0.0 m and 1.7 m, (b) spans between 1.7 m and 3.4 m, (c) spans between 3.4 m and 5.1 m.

behind obstacles, as it has been observed in Ref. 13 for low Reynolds numbers. Vortices with both vorticity polarization are also present in the snapshot. It is also possible to observe the simultaneous occurrence of low speed field (in blue) and high speed (in red). As the simulation progress, it was observed the injection of vortices after the fluid passes the obstacles. The obstacles play the role of injectors of vorticity whose transport downstream, both by convection and diffusion, is the source of the transition to fully developed turbulence.

It is important to stress the fact, which can be visualized in Fig. 5, that some regions near the walls have the flux instantaneously in the counter current direction, although with low speed. Figure 6, on the other hand, shows snapshots of the same simulations with three different ratios  $D_1/D_2$ , emphasizing three important regions: one that is close to the obstructions (referred as (a)), an intermediate region suggesting a transition to turbulence (referred as (b)), and, far from the obstacles, a region suggesting a fully developed turbulence (referred as (c)). Notice that in region (a) large differences appear in the images corresponding to the three obstructions. In region (b) these differences are much smaller, and in region (c) the patterns are practically indistinguishable. Therefore, we are led to believe that the information about the asymmetry on the blocking walls is lost somewhere inside region (b) or (c), associated to the transition to turbulence.

### 3.2. Statistical analysis of the simulation

The visual analysis was used as a first validation of the simulation. Besides testing the elements sizes, we were concerned with the time interval, not only to guarantee the restrictions involving the Courant number, but also to obtain very small changes of the velocity field from one iteration to the next. Paraview provides the possibility of catching one snapshot at certain intervals of iterations. We have checked that a video of these snapshots taken after every 1000 iterations appeared as a continuous motion.

The statistical analysis, on the other hand, was performed with FORTRAN codes developed to calculate the velocity field distribution along three longitudinal axis located at  $y = 0.8$  cm, 5.0 cm and 9.2 cm, respectively. The analysis of the influence of the obstacles asymmetry was based on the study of the first three moments of the distribution, as described below. However, before going into these calculation, it is



necessary to pay attention to organized structures being created just behind the obstructions, as shown in Fig. 5. It has been noticed that, after a large number of iterations, despite having placed symmetric obstructions at the entrance, an instability at the jet inflow breaks the flow symmetry creating a region near the lower wall where the fluid moves, slowly, in the general flow direction, while a strong attachment inhibits the flow in the upper wall. This fact makes it necessary a deeper analysis of the stability of the flow at different distances and cross position. For that purpose time averages were performed for a time interval  $T$  starting at successive iterations at time  $t_0$ :

$$\overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) dt. \quad (5)$$

The time averages of the flow velocity along the  $x$ -direction are shown in Fig. 7. The average was taken over 160 000 iterations (starting at the first iteration at  $t_0 = 0$ ). The graphs on each row contains the results for points at distances 1.4, 2.2, 3.0 and 4.2 m, respectively. The column at left (referred as (a)) contains the results for the symmetric case,  $D_1 = D_2 = 3.0$  cm; the central column (referred as (b)) contains the results for  $D_1 = 1.7$  cm and  $D_2 = 4.3$  cm; the column at right (referred as (c)) contains the results for  $D_1 = 0$  cm and  $D_2 = 6.0$  cm. The black line represents points at the lower axis, the red line points at the upper axis and the blue line points at the mid-channel. The flow is considered as stationary if, in the limit  $T \rightarrow \infty$ , the time average becomes independent on  $t_0$ . Only in that case ergodicity can be claimed and the field distribution can be represented by its moments.<sup>14</sup>

It can be seen from the first line of Fig. 7 that the flow can hardly be considered as stationary for any of the obstacles arrangements. These results corresponds to a region just downstream to the obstacles, where large structures are formed.<sup>15</sup> However, for the next three lines it is acceptable to perform the statistical analysis based on the velocity distribution calculated from iteration 100 000.

For the sake of extending the analysis to dynamically similar systems, the graphs from now on are plotted using dimensionless variables for the velocity and distance. The velocities are scaled by the inlet velocity  $U$ , and lengths by the channel width  $l$ . Figure 8 shows the  $x$ -component of the velocity field distribution along the mid-channel axis at distances from the obstructions 0.18, 0.3, and 0.42, respectively. In each column it is shown the results for obstructions progressively asymmetric, from top (totally symmetric) to totally asymmetric ( $D_2 = 0$ ). Column (a) is included because it is on the borderline of considering the process stationary, but we restricted ourselves to calculate moments (except the first) at that position. From Fig. 8 it can be seen that the probability distribution differs very little downstream the position represented by column (c) for all obstruction symmetries.

Figure 9 shows the first moment<sup>14</sup> of the velocity field density distribution ( $x$ -component) as a function of the distance to the obstacles for the three axes (lower at left, mid-channel at center, and upper axis on the right) for the five symmetries of the obstacle. As a validation of the simulation, the velocity at these axes for the case

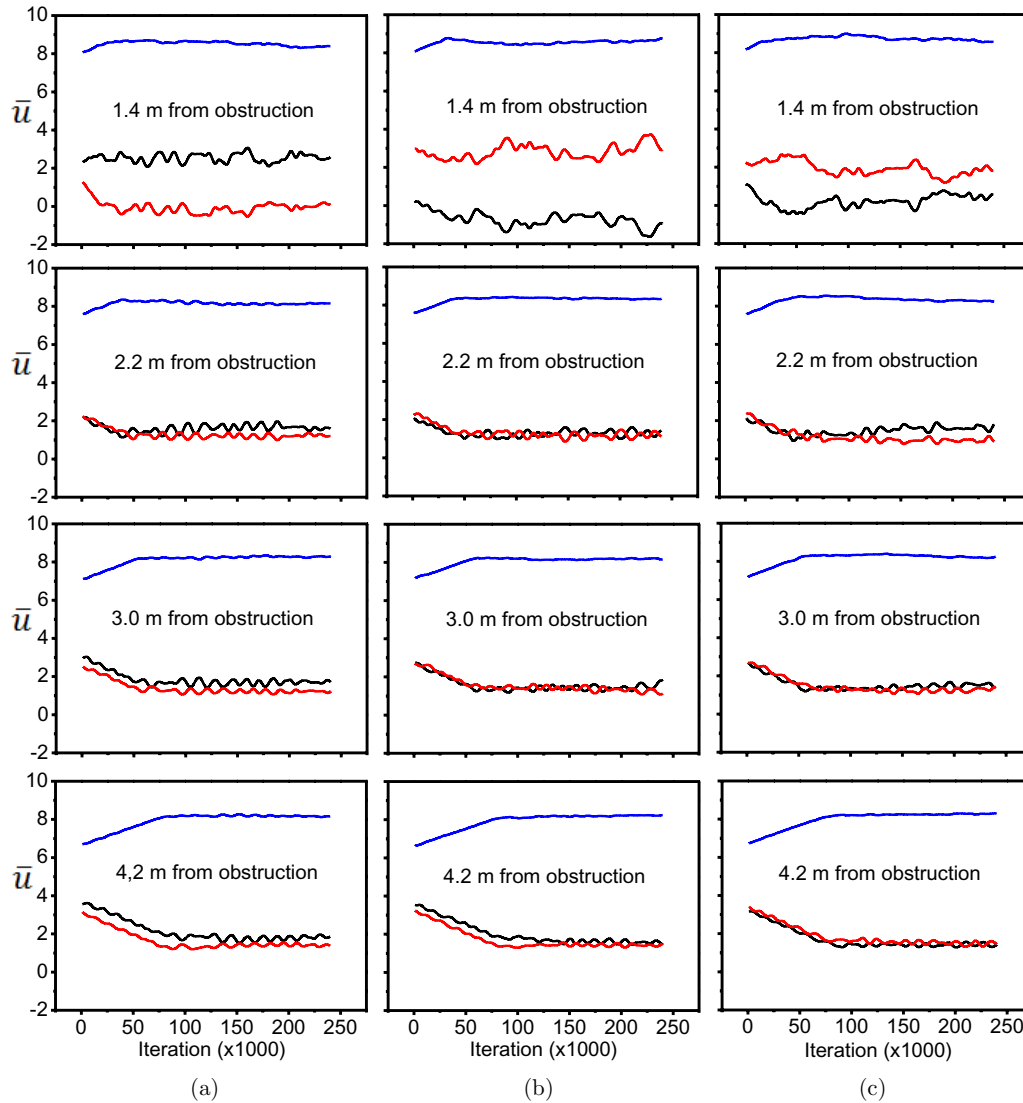


Fig. 7. (Color online) Time averages of the flow velocity along the  $x$ -direction. Column (a)  $D_1 = D_2 = 3.0$  cm; column (b)  $D_1 = 1.7$  cm and  $D_2 = 4.3$  cm; column (c)  $D_1 = 0$  cm and  $D_2 = 6.0$  cm. The black line represents points at the lower axis, the red line points at the upper axis and the blue line points at the mid-channel.

of no obstruction is shown as the pink straight line. Notice that, in what concerns the average value of the  $x$ -component of the velocity, the information about the asymmetry is rapidly lost in mid-channel, near  $15l$ . At the upper and lower axes, on the other hand, this information is kept up to approximately  $23l$ . Therefore, in what concerns the analysis of memory loss about the obstacles symmetry breaking, the regions near the upper and lower walls preserve the memory for a much larger distance. Notice that this conclusion is specific for the channel flow. Notice, also, that this quantitative conclusion is in agreement with the visual validation of Fig. 6.

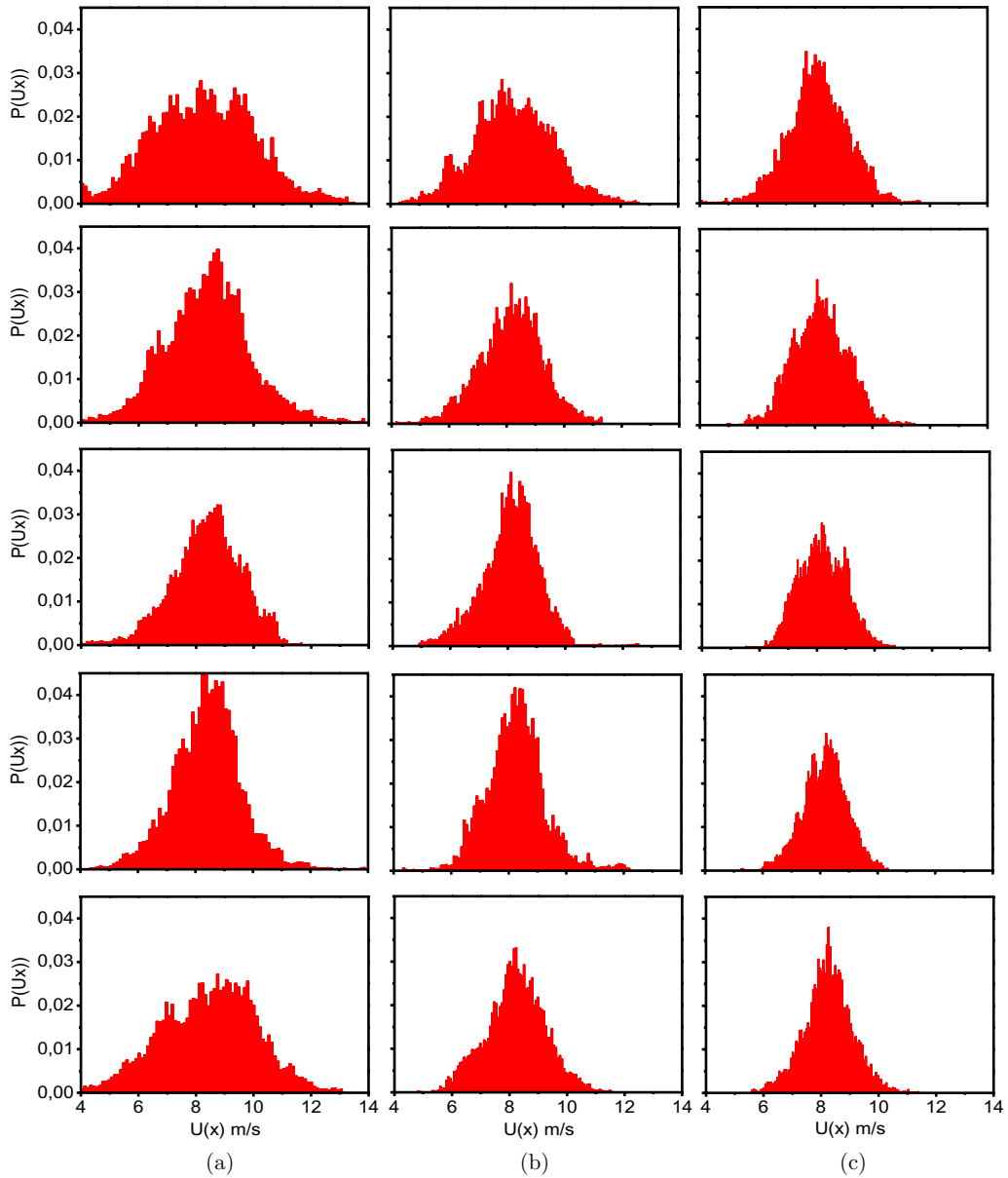


Fig. 8. (Color online) Velocity distribution from top to bottom center axis, in the geometries such that, scaled to  $l$ ,  $D_1 = D_2 = 0.3$ ;  $D_1 = 0.2$  and  $D_2 = 0.4$ ;  $D_1 = 0.17$  and  $D_2 = 0.43$ ;  $D_1 = 0.14$  and  $D_2 = 0.46$ ;  $D_1 = 0.0$  cm and  $D_2 = 0.6$ , where in (a) the distance to the obstructions is 0.18, in (b) 0.3 and in (c) 0.42.

The next step is to analyze the effect of the obstacles symmetry breaking on the width of the velocity distribution. In that case, however, the calculation is performed only at points distant enough from the obstacles in such a way that the time average calculated according Eq. (5) might be considered as independent (within a certain tolerance margin) of the initial time. In other words, the widths are calculated from a velocity distribution assumed to represent a stationary process. The calculation of

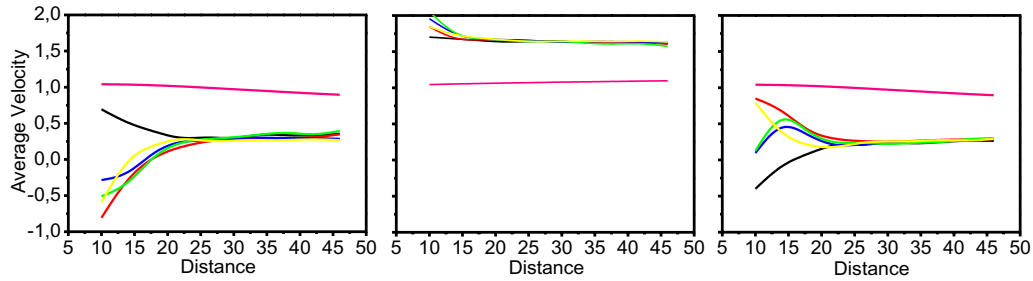


Fig. 9. (Color online) Calculation of the average in distribution of speeds depending on the distance to obstacles in the lower, central and upper axes (from left to right), in geometries:  $D_1 = D_2 = 0.0 l$  (pink);  $D_1 = D_2 = 0.3 l$  (black);  $D_1 = 0.2 l$  and  $D_2 = 0.4 l$  (red);  $D_1 = 0.17 l$  and  $D_2 = 0.43 l$  (blue);  $D_1 = 0.14 l$  and  $D_2 = 0.46 l$  (green);  $D_1 = 0.0 l$  and  $D_2 = 0.6 l$  (yellow).

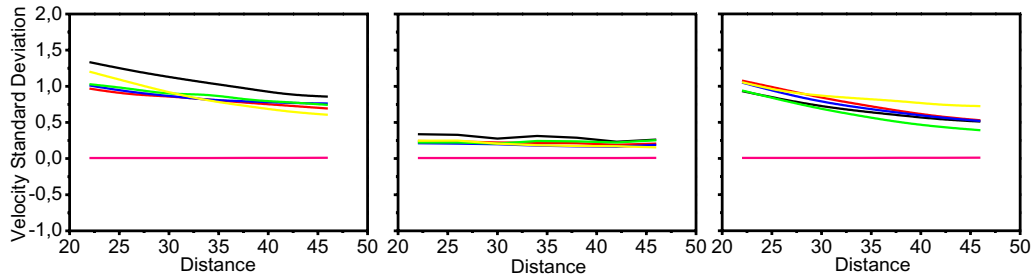


Fig. 10. (Color online) Calculation of the standard deviation of the speed distribution depending on the distance to obstacles in the lower, central and upper axes (from left to right), in geometries:  $D_1 = D_2 = 0.0 l$  (pink);  $D_1 = D_2 = 0.3 l$  (black);  $D_1 = 0.2 l$  and  $D_2 = 0.4 l$  (red);  $D_1 = 0.17 l$  and  $D_2 = 0.43 l$  (blue);  $D_1 = 0.14 l$  and  $D_2 = 0.46 l$  (green);  $D_1 = 0.0 l$  and  $D_2 = 0.6 l$  (yellow).

standard deviation<sup>14</sup> for the distribution of velocities along the three axes is shown in Fig. 10. The mid-channel axis shows a small variation among the curves that represent the geometries of blocking, losing information of the obstacles symmetry near a distance of  $22 l$  from obstruction, and showing a general trend to reduce the

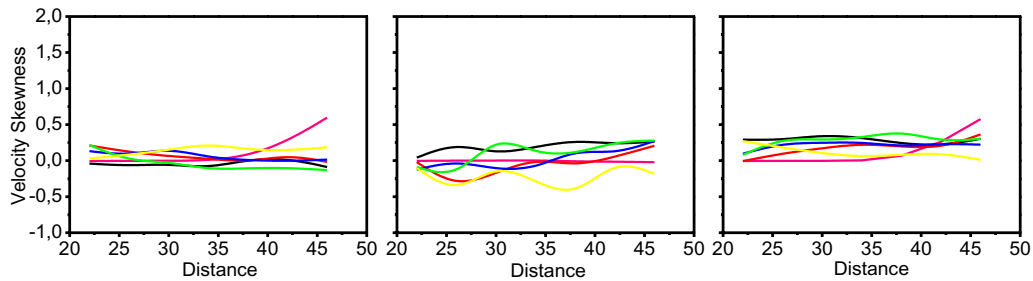


Fig. 11. (Color online) Skewness calculation of the velocity distribution depending on the distance to obstacles in the lower, central and upper axes (from left to right), in geometries:  $D_1 = D_2 = 0.0 l$  (pink);  $D_1 = D_2 = 0.3 l$  (black);  $D_1 = 0.2 l$  and  $D_2 = 0.4 l$  (red);  $D_1 = 0.17 l$  and  $D_2 = 0.43 l$  (blue);  $D_1 = 0.14 l$  and  $D_2 = 0.46 l$  (green);  $D_1 = 0.0 l$  and  $D_2 = 0.6 l$  (yellow).

distribution dispersion as the distance to the obstacles increases. Concerning the upper and lower axes, the memory of the obstructions symmetry is preserved further on, and it can be considered lost, in the lower axis, just near to  $40 l$  of the obstruction and in the upper axis between  $35 l$  and  $40 l$ , with  $40 l$  being a good approximation for the memory preservation.

Finally, the information coming out of the calculation of the third moment,<sup>14</sup> associated to the skewness, appear not to be very useful in what concerns the object of the sensibility to the obstacles symmetry. The results of the calculation are shown in Fig. 11. The skewness at the mid-channel axis has a slightly right tail for the

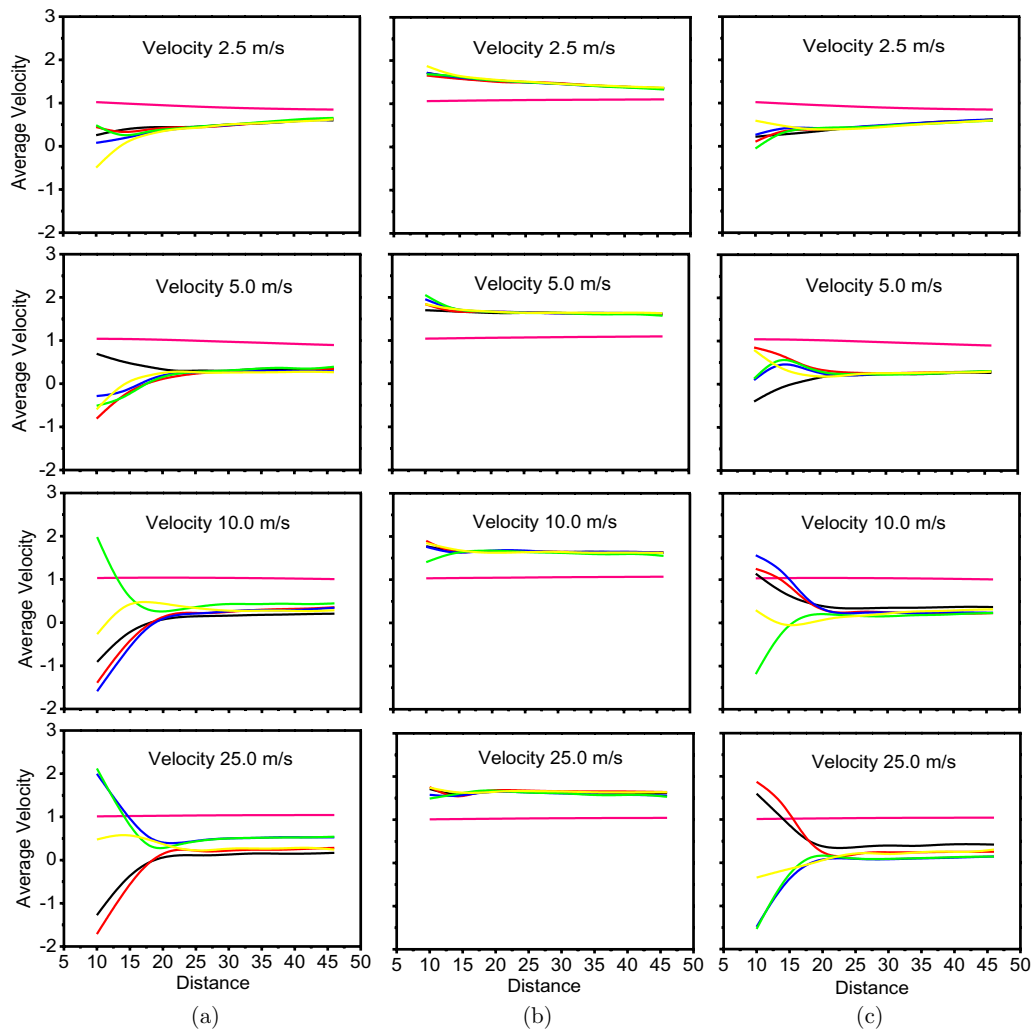


Fig. 12. (Color online) Calculation of the average in distribution of speeds depending on the distance to obstacles, for 2.5 m/s, 5.0 m/s, 10.0 m/s and 25.0 m/s, in geometries:  $D_1 = D_2 = 0.0l$  (pink);  $D_1 = D_2 = 0.3l$  (black);  $D_1 = 0.2l$  and  $D_2 = 0.4l$  (red);  $D_1 = 0.17l$  and  $D_2 = 0.43l$  (blue);  $D_1 = 0.14l$  and  $D_2 = 0.46l$  (green);  $D_1 = 0.0l$  and  $D_2 = 0.6l$  (yellow). Column (a) lower axis, column (b) central axis and column (c) upper axis.

distribution of the geometry of symmetrical obstacle, and slightly left for the asymmetric domains. It must be taken into account, however, that the calculation of the skewness requires a great accuracy on the simulation, and their dispersion obtained here are small. In any case, a slight tendency to be positive near the walls and negative in the central channel dominates. This is what is expected, once the flow in the region where the skewness is calculated becomes fully turbulent.

For the sake of completeness, three other sets of simulations were performed with inlet velocities 2.5 m/s, 10.0 m/s and 25.0 m/s in order to check if the memory loss of the obstacles symmetry depend on the Reynolds number. At least in this interval, the value of the first moment did not show considerable sensitivity to the Reynolds number in the mid-channel, while in the axes near the walls a small gap between the representative curves is noted. This fact points to the existence of a memory remaining for higher Reynolds numbers as shown by the separations from the average velocity curves in Fig. 12. It is also worth noting that, with respect to the length delimiting the region (a), shown in Fig. 6, the observed coalescence of the velocity curves (as seen in Fig. 12) is maintained within this same region for all simulated velocity values, identifying the width (dimension  $x$ ) of this section to be independent on the Reynolds number. The region is close to  $20l$  for the lower and upper axes, and  $15l$  for the mid-channel. We associate this region with the occurrence of large structures.

#### 4. Conclusions

Six models of obstruction symmetries with a fixed blockage ratio have been tested to detect how far the information about the effect of symmetry breaking in the fluid turbulence is preserved. With an inlet speed of 5 m/s, a duct width of 0.1 m, and taking water as the fluid, numerical solutions of the Navier–Stokes equation were obtained via the OpenFOAM library and post-processing performed with owner developed FORTRAN codes. The analysis of the memory loss of the obstructions symmetry was based on the moments of the velocity field along three axis: one at mid-channel and two near the upper and lower walls. The results show that the information about the symmetry is preserved for a longer distance near the ducts wall than in mid-channel. Near the walls the memory is kept up to distance 40 times the duct width, while in mid-channel this distance is reduced almost by half. As the flow progress to the inlet, the dispersion of the velocity distribution decreases, and the analysis of the behavior along the three axes confirm that the memory last longer near the walls. The results related to the third moment, the skewness of the distribution, do not help much in the study of memory preservation, but confirm the slight tendency to be positive near the walls and negative in the central channel in the turbulent flows. The memory preservation shows a sensitivity to the Reynolds number in regions near the channel walls, although in the central axis, as well as in the region of the large structures, it is not particularly sensitive to these speed variations.

Finally, we believe that two remarks are necessary. First, the fact that the memory of the symmetry breaking is preserved much longer near the walls is relevant for the purpose of detecting the formation of obstructions. In fact, sensors can be attached externally to the duct walls to detect pressure variations being responded by radial strain. A change on the deformation pattern points to the formation of obstruction nearby upstream. Second, the present results indicate the importance of coherent structures as a mechanism of transporting information for pipelines obstructions. A detailed study in this line is necessary to better understand the memory in transport and to design a methodology for obstruction diagnosis.

### Acknowledgment

This work was partially supported by the Project number 01.13.0327.00 of FINEP, Brazil.

### References

1. J. Mathieu and J. Scott, *An Introduction to Turbulent Flow* (Cambridge University Press, 2000).
2. W. D. McComb, *The Physics of Fluid Turbulence* (Oxford Press, Oxford, 2003).
3. H. Schlichting and K. Gersten, *Boundary Layer Theory*, 8th edn. (Springer, 2000).
4. N. Maeda, M. Hirota and H. Fujita, *Energy*, **30**, 129 (2005).
5. L. C. G. Pimentel, R. M. Cotta and S. Kakac, *Chem. Eng. J.* **74**, 147 (1999).
6. M. Sanjay, B. Simanta and S. Kulwant, *SPE Product. Facilit.* **10**, 50 (1995).
7. A. T. da Cunha Lima, I. C. da Cunha Lima and M. P. de Almeida, *Int. J. Mod. Phys. C* **28**, 1750019 (2017).
8. H. G. Weller, G. Tabor, H. Jasak and C. Fureby, *Comput. Phys.* **12**, 6 (1998).
9. H. K. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method* (Pearson Education, 2007).
10. P. P. Patil and S. Tiwari, *Fluid Dyn. Res.* **40**, 753 (2008).
11. D. C. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD* (DCW Industries, 2010).
12. C. Hirsch, *Numerical Computation of Internal and External Flows: The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics* (Butterworth-Heinemann, 2007).
13. G. Wei-Bin, W. Neng-Chao, S. Bao-Chang and G. Zhao-Li (2003). *Chin. Phys.* **12**, 67 (2003).
14. J. L. Lumley, *Stochastic Tools in Turbulence* (Courier Corporation, 2007).
15. P. G. Saffman, *Vortex Dynamics* (Cambridge University Press, 1992).

## 3.2 Artigo 2

- **Correlação cruzada em um fluxo turbulento: Análise do campo de velocidade pelo coeficiente  $\rho_{DCCA}$**

A simulação numérica fornece uma série temporal para cada componente do campo de velocidade em cada ponto no domínio. Muitas escalas de tempo estão envolvidas nesse processo. Este artigo tem como objetivo de explorar as correlações cruzadas da série temporal do campo de velocidade em diferentes pontos e também em diferentes escalas de tempo usando o coeficiente de correlação cruzada,  $\rho_{DCCA}$ , projetado para analisar correlações cruzadas em séries temporais não-estacionárias .

Três casos são explorados. Primeiro, a simulação é executada na ausência de bloqueios ( $D_1 = D_2 = 0 \text{ cm}$ ) e a transição para a turbulência ocorre lentamente à medida que o fluxo se move dentro da tubulação. Este caso é usado também para validar a simulação, não apenas devido à necessidade de assegurar um refinamento apropriado da malha no domínio, mas também para verificar os resultados obtidos com o coeficiente  $\rho_{DCCA}$  em um caso que seja bem conhecido na Dinâmica dos Fluidos. O segundo caso é uma simulação com bloqueios simétricos ( $D_1 = D_2 = 3,0 \text{ cm}$ ) que introduzem uma injeção simétrica de vórtices atrás das obstruções. A simetria no domínio deve ser observada também nos resultados da correlação cruzada. Finalmente, quando a simetria dos bloqueios é quebrada ( $D_1 = 2,0 \text{ cm}$  e  $D_2 = 4,0 \text{ cm}$ ), os vórtices são injetados com diferentes estruturas perto das paredes superior e inferior da tubulação. A quebra da simetria é refletida necessariamente nas correlações cruzadas do campo de velocidade. Espera-se que os coeficientes  $\rho_{DCCA}$  resultantes mostrem essas propriedades de simetria do fluxo turbulento no canal.

Dois tipos de cálculo de correlação cruzada foram realizados. Em um, fixa-se o ponto 11 e correlaciona-o com cada um dos outros 29 pontos (terceira figura do artigo (Fig. 3)). A segunda análise consiste em calcular a correlação cruzada entre todos os possíveis pares de pontos no canal médio, ou seja, ponto 12 com todos outros do eixo central (quarta figura do artigo (Fig. 4)). A Fig. 3 (a) apresenta os resultados para o duto sem obstruções. Neste caso, para pequenas escalas de tempo, existe uma correlação cruzada forte do campo de velocidade, independentemente das suas posições. Mas, se a escala de tempo aumentar o  $\rho_{DCCA}$  diminui uniformemente, este fato indica uma escala de tempo para a configuração de flutuações nos campos de velocidade. Além disso, para pares de pontos no canal do meio, mesmo em grandes escalas de tempo, a correlação cruzada torna-se forte. Isto é esperado, uma vez que o fluxo no meio do canal é fracamente perturbado pelas flutuações. Mas, para pontos próximos às paredes da tubulação, a condição não escorregamento torna a velocidade nos eixos superior e inferior menor do que no eixo médio do canal. Em consequência, as flutuações nesses valores fazem com que o coeficiente de correlação cruzada diminua em grandes escalas de tempo. Portanto, os



resultados consistentes que aparecem na Fig. 3 (a) do artigo pode ser considerado como um teste de validação da utilização do  $\rho_{DCCA}$  para estudar os campos de velocidade em dutos.

Os resultados para a configuração simétrica na terceira figura do artigo (Fig. 3) (b) mostra claramente os efeitos da turbulência introduzida pelos obstáculos. Se a escala de tempo aumentar, algumas correlações cruzadas começam a ser capturadas pelo coeficiente. Os resultados para a obstrução de assimetria são mostrados na terceira figura do artigo (Fig. 3) (c), assemelhando-se ao caso simétrico. Comparando os bloqueios simétricos e os assimétricos, observa-se que, para grandes escalas de tempo, as correlações cruzadas entre o ponto 11 e pontos nos eixos próximos às paredes persistem, embora sejam fracas, mas diferem significativamente. As correlações cruzadas entre o ponto 11 e outros pontos no canal do meio, em grandes escalas de tempo, mostram que a diferença na simetria é capturada pelo coeficiente  $\rho_{DCCA}$ .

A quarta figura do artigo (Fig. 4) (a) mostra os resultados para a configuração sem obstrução. Uma forte correlação cruzada é vista entre todos os pares de pontos, independentemente da escala de tempo envolvida, complementando a análise feita na Fig. 3 (a). Para o caso simétrico, quarta figura do artigo (Fig. 4) (b), podemos ver que  $\rho_{DCCA} \simeq 0$  para  $n \leq 10$ . Para escalas de tempo intermediárias, é positivo e negativo. Para grandes escalas de tempo, pontos próximos uns dos outros e distantes dos bloqueios mostram correlações cruzadas positivas altas. Comparando com o caso assimétrico quarta figura do artigo (Fig. 4) (c), observa-se que as correlações cruzadas entre os pontos do canal do meio foram sensíveis à mudança da simetria do bloqueio. A princípio para ambos os casos é notado em pequenas escalas de tempo que a turbulência leva o coeficiente de correlação próximo a zero, já em escalas intermediárias e em grandes escalas de tempo percebe-se diferenciações consideráveis no valor do coeficiente, o que reflete uma sensibilidade a quebra de simetria. Assim, os resultados com  $\rho_{DCCA}$  permitem interpretar como estes redemoinhos se propagam a jusante, e também quantificam quão aderentes são os campos de velocidade em relação à posição no pipeline.

A seguir é apresentado o artigo “Cross-correlation in a turbulent flow: Analysis of the velocity field using the  $\rho_{DCCA}$  coefficient” publicado pela revista *EPL - Europhysics Letters* em 2018.

## Cross-correlation in a turbulent flow: Analysis of the velocity field using the $\rho_{DCCA}$ coefficient

A. A. BRITO<sup>1,5</sup>, F. RODRIGUES SANTOS<sup>2,5</sup>, A. P. N. DE CASTRO<sup>3</sup>, A. T. DA CUNHA LIMA<sup>4,5,6</sup>, G. F. ZEBENDE<sup>7,8</sup>  
and I. C. DA CUNHA LIMA<sup>5,6,9</sup>

<sup>1</sup> Federal Institute of Bahia - Paulo Afonso, Bahia, Brazil

<sup>2</sup> Federal Institute of Bahia - Camaçari, Bahia, Brazil

<sup>3</sup> Unijorge University Center - Salvador, Bahia, Brazil

<sup>4</sup> Federal University of Bahia - Salvador, Bahia, Brazil

<sup>5</sup> Computational Modeling Program, SENAI CIMATEC - Salvador, Bahia, Brazil

<sup>6</sup> National Institute for Science and Technology - Petroleum Geophysics, INCT-GP - Salvador, Bahia, Brazil

<sup>7</sup> Department of Physics, State University of Feira de Santana - Feira de Santana, Bahia, Brazil

<sup>8</sup> Earth Sciences and Environment Modeling Program, State University of Feira de Santana

Feira de Santana, Bahia, Brazil

<sup>9</sup> Pursuelife - Consultancy on Applied Science - Salvador, Bahia, Brazil

received 24 May 2018; accepted in final form 25 July 2018

published online 24 August 2018

PACS 05.20.Jj – Statistical mechanics of classical fluids

PACS 02.60.-x – Numerical approximation and analysis

PACS 05.45.Tp – Time series analysis

**Abstract** – The stochastic process of a turbulent flow in a pipeline provides a time series of the velocity field at any point of the domain by solving numerically the Navier-Stokes equation. The turbulent flow was produced by obstacles near the inlet, injecting eddies into the current. Moving downstream, these eddies evolve to a fully turbulent flow. Many length and time scales are involved in this process. We explore the cross-correlations of the velocity field time series at different points and also at different time scales using the detrended cross-correlation coefficient,  $\rho_{DCCA}$ , designed to analyze the cross-correlations in non-stationary time series. Thus, the results with  $\rho_{DCCA}$  allow interpreting how these eddies propagate downstream, and also quantify how adherent the velocity fields are with respect to the pipeline position.

Copyright © EPLA, 2018

**Introduction.** – It is well known that the great majority of flows in nature are turbulent. A flow in a pipeline past an obstruction has complex structures just downstream from the obstruction, which evolves to a fully turbulent flow [1]. The observation of the flow in the fully turbulent region for a large enough duration determines the velocity field as being a stationary stochastic process. In this turbulent regime, the averages of functions of the velocity fields taken from a given initial time over a large time interval are independent of the initial time [2]. The Probability Density Function (PDF) describing the stochastic velocity field at a given position is time independent, *i.e.*, stationary. Even before reaching the fully turbulent regime, a flow in a pipeline supplied by a steady inflow is necessarily stationary, but the process of obtaining a time-independent PDF takes a very long measurement interval.

Advances in high-performance computers over the last decade have provided the opportunity of calculating the velocity field of turbulent flows in complex domains with great accuracy. The area of Computational Fluid Dynamics (CFD) has benefitted from these advances [3]. Flows of classical fluids where momentum conservation is described by the Navier-Stokes equations [4] can be simulated even at high Reynolds numbers, where the ratio of inertial to viscous forces is very high. The transition to turbulence occurs when the Reynolds number reaches a threshold which depends on the nature of the structure containing the flow. Random perturbations near this threshold lead to the transition to turbulence. A numerical solution of the Navier-Stokes equation, even without including such a random perturbation *ad hoc*, has an intrinsically stochastic nature. In fact, starting from an initial condition known at a mesh of points in the domain

where the velocity fields are to be calculated after an infinitesimal time step, the solution coming out always has truncations, due to numerical limitations. Therefore, near the transition, or far beyond it, the velocity fields obtained as a time series at a given point are initially, and for a certain duration, non-stationary, evolving to a stationary stochastic process as the iterative calculation proceeds.

There are many situations, either in the real world or not [5], where a given observable is measured at successive time intervals, forming a time series. Many of these series are recorded simultaneously, and have the same length. In particular, the numerical simulation of a turbulent flow provides one time series for each velocity field component at each point in the domain. Some strategies for time series analysis have been developed, and can be directly used in the case of a turbulent flow. For instance, the method of Detrended Fluctuation Analysis (DFA) [6] provides a relation between the  $F_{DFA}(n)$  (root-mean-square fluctuation) and the time scale  $n$ , which may or may not be characterized by a power law, such as  $F_{DFA}(n) \propto n^\alpha$ , where  $\alpha$  is the long-range auto-correlation scaling exponent. If two non-stationary time series are simultaneously analyzed, a generalization of the DFA method, called Detrended Cross-Correlation Analysis (DCCA) [7], can be used. However, the DCCA method does not quantify the level of cross-correlation between these time series. In order to address this limitation a detrended cross-correlation coefficient  $\rho_{DCCA}$  was defined in [8]. This new coefficient has been tested in many and essentially different processes, proving to be robust for cross-correlation analysis [9–18]. This paper aims to apply the  $\rho_{DCCA}$  coefficient to measure the cross-correlation of the solenoidal velocity fields of a Newtonian fluid in a pipeline. Blockages near the inlet inject eddies, provoking a laminar-turbulent transition as these eddies propagate downstream. Three cases are explored. First, the simulation is performed in the absence of blockages, and the transition to turbulence occurs slowly as the flow moves inside the pipeline. This case is used also to validate the simulation, not only due to the necessity of assuring a proper refinement of the meshing in the pipeline domain, but also to check the results obtained with the  $\rho_{DCCA}$  coefficient in a case that is well known in fluid dynamics. The second case is a simulation with symmetric blockages that introduce a symmetric injection of eddies behind the obstructions, which quickly induces the laminar-turbulent transition. The symmetry in the domain has to be observed also in the results of the cross-correlation. Finally, when the symmetry of the blockages is broken, eddies are injected with different structures near the upper and the lower walls of the pipeline, the breaking of the symmetry necessarily being reflected in the cross-correlations of the velocity field. The resulting  $\rho_{DCCA}$  coefficients are expected to show these symmetry properties of the turbulent flow in the pipeline.

This paper is organized in the following way. The next section describes the geometry of the domain, the meshing and the method used in the numerical simulation of the

flow and describes the position of the probes and the choice of each pair of them for the calculation of the velocity field cross-correlation. The third section gives details of the detrended cross-correlation analysis, and describes the use of the  $\rho_{DCCA}$  coefficient to quantify cross-correlations. The results are presented in the fourth section, and some final considerations appear in the last section.

### The domain setup and the numerical simulation.

– The simulations are performed in a pipeline with rectangular cross-section 0.1 m in width and 5.1 m in length. In the cases where obstructions are present, blockages are placed 0.09 m downstream from the inlet. Water is injected from a reservoir such that the velocity at the pipeline inlet is 5 m/s. With these parameters, and using the Reynolds number definition  $Re = UD/\nu$ , where  $U$  is the inlet velocity,  $D$  is the pipeline width, and  $\nu$  the kinematic viscosity (for water  $\nu = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$ ), we have  $Re = 5.0 \times 10^5$ . Three domains have been generated covering different configurations of the obstruction, see fig. 1. In the first case, according to the inset (a), there is no obstruction in the pipeline. The other two cases correspond to obstacles being fixed on the lower wall at a height of  $D_1$  and on the upper wall with a height of  $D_2$ , as described by insets (b) and (c), near the inlet region. In all cases, the obstruction is partial, *i.e.*,  $D_1 + D_2 < D$ . The first configuration has  $D_1 = D_2 = 0$ , employed here as a reference. It is used to validate the results for the case where the transition to turbulence occurs without the injection of vortices by a blockage. In the other two configurations, the heights of the obstructions are changed while keeping  $\frac{D_1+D_2}{D} = 0.6$ , this ratio representing the blockage ratio of the pipeline. Therefore, for these cases, we have  $D_1 = D_2 = 3.0$  cm, and  $D_1 = 2.0$  cm,  $D_2 = 4.0$  cm. The length of the pipeline is sufficiently large to allow the flow to reach a region where it becomes fully turbulent [2].

The mesh used in the simulation was created by blockMesh, the pre-processing tool of OpenFOAM. The mesh is non-homogeneous and structured. The cell sizes change depending on the region in the domain, more specifically, the mesh is more refined where the velocity gradients are larger.

The domain was divided into zones with different degrees of refinement. The smallest cells are next to the walls of the pipe, in a region 1.0 cm wide with subdivisions of 0.5 cm ( $x$ -direction), and 0.16 cm ( $y$ -direction). The area around the middle channel uses a refinement with subdivisions of 0.5 cm ( $x$ -direction) and 0.2 cm ( $y$ -direction). We simulated 4 s of fluid flow through the pipe, with time steps of  $10^{-5}$  s and  $10^{-2}$  s for  $\rho_{DCCA}$  application. The values of the velocity field were captured by 30 probes: 10 probes for each of three axes, with two of these axes located near the walls in the region of greater refinement, and the third axis at the center (see fig. 1). The first probes of each axis are 1.0 m ( $x$ -direction) from the obstructions, and the others are spaced 0.4 m downstream. These same domain structures and initial conditions were used and tested by

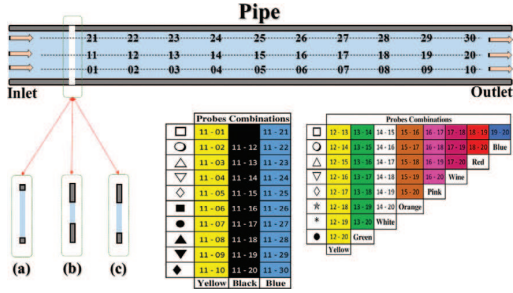


Fig. 1: (Color online) Schematic representation of the domain for a pipeline. The domain consists of a pipeline with rectangular cross-section 0.1 m in width and 5.1 m in length. The blank rectangle, 0.09 m downstream from the inlet, corresponds to the region where three possible arrangements are added to the duct: (a) a piece of width 0.01 m without obstruction; (b) a piece of width 0.01 m with a symmetric obstruction, the blockage at the upper wall having the same height as the one at the lower wall; and (c) blockages of width 0.01 m with different heights. A length of 5.0 m is left to the right without blockage, up to the outlet of the pipeline. Thirty probes, ten in each one of three axis, are placed at different distances from the obstacles. Symbols and color scheme to be used in the numerical simulation are shown.

Santos *et al.* [2], making the present simulation results reliable. The velocity fields at these 30 points are used to calculate the two-point cross-correlation functions with the  $\rho_{DCCA}$  coefficient.

The simulations used the OpenFOAM library [19] to solve the Navier-Stokes equations. That library is an open-source software package for the numerical solutions of differential equations based on the Finite-Volume Method (FVM) [20]. The use of a two-dimensional domain overcomes the complexity of the numerical calculation. However, the OpenFOAM library works with three-dimensional domains. By taking a single cell in the  $z$ -direction 1.0 cm high, this difficulty can be overcome since the non-slip condition in the walls and a single cell in the  $z$ -direction result in a zero-velocity field in this direction. Figure 2 shows snapshots of the flow passing through the pipeline along a length of 2.0 m from the inlet with the three configurations. This figure is intended to show that different structures are generated in this region of the domain for each domain. The color scale represents the magnitude of the velocity (red for large, and blue for small). In fig. 2(a) we have a laminar flow in the pipeline evolving slowly to a turbulent one (not observed in the figure because of the length scale). Figure 2(b) shows eddies whirling, and moving downstream, once they are formed behind the two symmetric obstructions. Figure 2(c) represents the flow where the eddies are formed behind the two asymmetric obstructions.

In these configurations, the time series  $\{x_t\}$  and  $\{y_t\}$  are the results coming from the numerical simulation of the modulus of the velocity field at each one of the 30

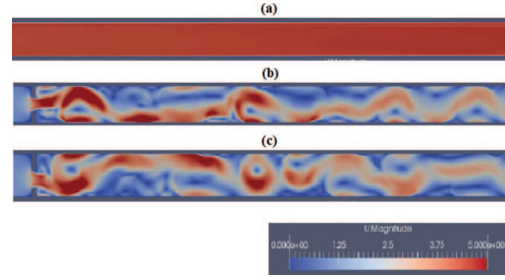


Fig. 2: (Color online) Snapshots of the flow passing through the pipeline for the three configurations of the blockages. The color scale represents the magnitude of the velocity (red for large and blue for small). Snapshot (a) shows a laminar flow in the pipeline evolving to a turbulent one, (b) and (c) show eddies whirling and moving downstream, once formed behind the two obstructions.

probes (see fig. 1). Based on these time series, two kinds of cross-correlation calculation have been calculated. In one, we fix the probe 11 and we pair it with each of the other 29 probes, as shown in fig. 1. In this case, yellow symbols refer to probes in the bottom axis (probes 1 to 10), black symbols to probes in the middle channel (probes 12 to 20, since probe 11 is excluded for cross-correlation), and blue symbols to probes on the upper axis (probes 21 to 30). The second analysis consists of calculating the cross-correlation between all possible pairs of probes in the middle channel, as represented in fig. 1.

**The detrended cross-correlation coefficient,  $\rho_{DCCA}$**  [8]. – For two non-stationary time series,  $\{x_t\}$  and  $\{y_t\}$ , with  $t = 1, 2, 3, \dots, N$  (the total number points of the time series),  $\rho_{DCCA}(n)$  is defined as the ratio between the detrended covariance function,  $F_{DCCA}^2(n)$  and the detrended variance function  $F_{DFA}(n)$ :

$$\rho_{DCCA}(n) \equiv \frac{F_{DCCA}^2(n)}{F_{DFA\{x_t\}}(n) F_{DFA\{y_t\}}(n)}. \quad (1)$$

Briefly, the protocol to obtain the coefficient  $\rho_{DCCA}(n)$  follows these steps, where  $n$  is the time scale (or box):

- 1) Partially integrate the time series on the interval of the first  $k$  terms to obtain two new series:

$$x_k = \sum_{t=1}^k (x_t - \langle x \rangle) \quad (2)$$

and

$$y_k = \sum_{t=1}^k (y_t - \langle y \rangle), \quad (3)$$

with  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ .  $\langle x \rangle$  and  $\langle y \rangle$  are the mean values of  $\{x_t\}$  and  $\{y_t\}$ , respectively.

- 2) Divide the new entire time series into  $(N - n)$  overlapping boxes, each one containing  $(n + 1)$  values.

Table 1: Detrended cross-correlation coefficient in terms of the level of cross-correlation.

$\rho_{DCCA}$	Condition
1	perfect cross-correlation
0	no cross-correlation
-1	perfect anti-cross-correlation

Table 2: Detrended cross-correlation conditions for analysis.

	$\rho_{DCCA}$	
Weak	Medium	Strong
$\pm 0.000 \mapsto \pm 0.333$	$\pm 0.333 \mapsto \pm 0.666$	$\pm 0.666 \mapsto \pm 1.000$

The local trend for each time series, in a box that starts at  $i$  and ends at  $(i+n)$ , is defined by the least-squares fit using  $x_i(k)$  and  $y_i(k)$ .

- Define the detrended signal as the difference between the original signal and the local trend for each box, and calculate the covariance of the residues by

$$f_{xy}^2(n, i) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=i}^{i+n} (x_k - x_i(k))(y_k - y_i(k)) \quad (4)$$

with  $4 \leq n \leq \frac{N}{4}$ .

- Calculate the average over all overlapping boxes to obtain a new covariance function

$$F_{xy}^2(n) = \frac{1}{N-n} \sum_{i=1}^{N-n} f_{xy}^2(n, i). \quad (5)$$

- Finally, calculate

$$\rho_{DCCA}(n) = \frac{F_{xy}^2(n)}{F_{xx}(n) \times F_{yy}(n)}. \quad (6)$$

Here,  $F_{xy}^2(s)$  is the cross-correlation function obtained by the DCCA method [7], while  $F_{xx}(s)$  and  $F_{yy}(s)$  are the auto-correlation functions obtained by the DFA method [6].

The detrended cross-correlation coefficient depends on the size  $n$  of the box (time scale), and its values range between  $-1 \leq \rho_{DCCA} \leq 1$ , as shown in table 1. A value of  $\rho_{DCCA} = 0$  means there is no cross-correlation, and it splits the level of cross-correlation between perfect cross-correlation and perfect anti-cross-correlation.

For better visualization, the  $\rho_{DCCA}$  can be classified according to table 2 [21].

**Results.** – The results for  $\rho_{DCCA}$  are shown in figs. 3 and 4. Figure 3(a) presents the results for the pipe without obstructions. In this case, for small time scales ( $n < 10$ ),

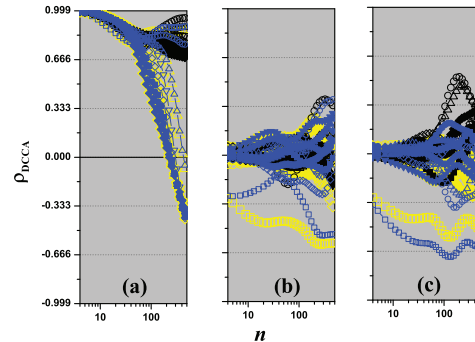


Fig. 3: (Color online)  $\rho_{DCCA}$  as a function of  $n$  for cross-correlation analysis between the probe 11 and all the other probes, for pipeline geometries (a) without obstruction, (b) with symmetric obstruction, and (c) with asymmetric obstruction. For the color representation see fig. 1.

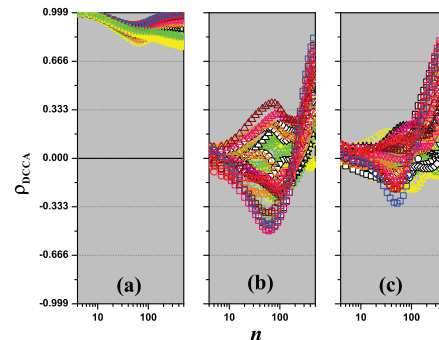


Fig. 4: (Color online)  $\rho_{DCCA}$  as a function of  $n$  for cross-correlation analysis between the probes in the middle line, for pipeline geometries (a) without obstruction, (b) with symmetric obstruction, and (c) with asymmetric obstruction. For the color representation see fig. 1.

according to table 2, there is a strong ( $\rho_{DCCA} \approx 1$ ) cross-correlation of the velocity field between all probes, independently of their positions (colors). But, if the time scale increases, up to  $n = 30$ ,  $\rho_{DCCA}$  decreases uniformly. This fact indicates a time scale for the setup of fluctuations on the velocity fields. In nature perturbations leading to these fluctuations are unavoidable. In numerical simulations this is also true due to computational truncation in the numerical solutions. The flow must travel a long way before the Reynolds number enters a range of instability of the Navier-Stokes equations. Besides, for pairs of probes in the middle channel (in black), even at large time scales, the cross-correlation becomes strong. This is expected, once the flow in the middle channel is even weakly perturbed by fluctuations [4]. But, for probes close to the pipeline walls, the non-slip condition makes the velocity at both the upper and lower axes smaller than in the middle channel axis. In consequence, fluctuations in these small values make the cross-correlation coefficient



decrease at large time scales, reaching negative values for  $n > 200$ . Therefore, the consistent results appearing in fig. 3(a) can be considered as a validating test for using  $\rho_{DCCA}$  to study the velocity fields in pipelines.

The results for the symmetric configuration in fig. 3(b) show clearly the effects of the turbulence introduced by the obstacles, where eddies are formed behind the obstructions and propagate downstream. In this case, even on a short time scale, the probe 11 cannot capture the cross-correlation, hence  $\rho_{DCCA} \simeq 0$ , except for two cases with anti-cross-correlation, namely, probe 11  $\times$  probe 01 (yellow open squares) and probe 11  $\times$  probe 21 (blue open squares). This reflect the attached eddies which are created just behind the blockages. If the time scale increases,  $n \geq 100$ , some cross-correlation begins to be captured by the detrended cross-correlation coefficient (with positive and negative values). For these time scales  $\rho_{DCCA}$  approaches that of the time scales for the convection of the eddies. The results for the asymmetry obstruction are shown in fig. 3(c). We can see that the behavior of  $\rho_{DCCA}$  between the probe 11 and the others is similar to the symmetric case. Unlike to the symmetric case, the values of the coefficients for the probe represented by the open blue squares remain below those the yellow ones due to the asymmetry. Comparing the symmetric and the asymmetric blockages, we observe that, for large time scales, the cross-correlations between probe 11 and the others on axes near the wall persist, although they are weak. The cross-correlations between probe 11 and the others in the middle channel at large time scales show that the difference in symmetry is captured by the  $\rho_{DCCA}$  coefficient.

For the sake of completeness, the simulation was extended to involve the cross-correlation coefficients for many pairs lying on the middle channel axis, see labels in the right column located in fig. 1. Probe 11 has not been considered, once it has been included in the 29 previous results. The analysis of the results follows the same lines as in the previous case. Figure 4(a) shows the results for the configuration without obstruction. A strong cross-correlation is seen between all pairs of probes regardless of the time scale involved. For the symmetric case, fig. 4(b), we can see that  $\rho_{DCCA} \simeq 0$  for  $n \leq 10$ . For intermediate time scales, it is positive as well as negative. For large time scales,  $\rho_{DCCA}$  reflects both the distance of a probe forming the blockages, and the relative distance between them. Probes that are close to each other, and distant from the blockages, show high positive cross-correlations. Comparing with the asymmetric case fig. 4(c), we observe that the cross-correlations between the probes of the middle channel were sensitive to the change of the symmetry of the blockage.

**Conclusions.** – The coefficient  $\rho_{DCCA}$  has been applied in many processes that occur in nature, and has also been used in problems related to health, politics, and econometrics. In all cases, data was collected in the real world, but an equation of motion for the

cross-correlation connecting the variables  $x_i$  and  $x_j$  obeying natural laws does not exist, except based on simplified modeling. In this paper a deterministic equation exists, the Navier-Stokes equation, whose non-linearity leads the flow to enter the category of stochastic processes under certain natural circumstances if small random perturbations are applied when the Reynolds number is high. This paper has explored the cross-correlations using the  $\rho_{DCCA}$  coefficient to analyze processes in a case of controlled variables and obeying a natural law, such as the flow past obstacles in a pipeline. The results obtained for  $\rho_{DCCA}$  allowed interpretations consistent with reality in a validation model, in which a turbulence generator is incorporated into the structure and in which the symmetry of the turbulence generator is broken. More explicitly, for the simulations performed without obstruction, the results at small time scales captured the perfect cross-correlation of the velocity fields for every pair of probes, once the fluctuations in the velocities are at much larger time scales. If the time scale increases,  $\rho_{DCCA}$  decreases, but it is still high until  $n \leq 50$ . For large time scales we observe different behaviors for probes at different axes. For example, in the middle channels (black lines) the fluctuations contribute to decrease  $\rho_{DCCA}$ , but they are still positive and high. The fluctuations occurring on the two axes close to the walls are stronger, in this case we observe in a general way a faster decrease of  $\rho_{DCCA}$  between the probes on these axes with the probe 11 (yellow and blue lines), even becoming negative for very large time scales. This is a necessary condition to guarantee the continuity when the process becomes stationary (very large time scales). However, the probes  $\{01; 02\}$  (below axis) and  $\{21; 22\}$  (above axis) due to their proximity to probe 11 and also the inlet, do have a  $\rho_{DCCA}$  with little change.

In the presence of obstructions (symmetric and asymmetric), which generate turbulent flows, we observed that the  $\rho_{DCCA}$  coefficient had a low cross-correlations, especially on small time scales. This effect is more apparent when  $\rho_{DCCA}$  is calculated between the probes in the middle channel (black lines). It is worthwhile to draw attention to the fact that the cross-correlation between probe 11 and probe 01 (open yellow squares) below and near the inlet is always negative with medium values for  $\rho_{DCCA}$ . This finding can also be noted for  $\rho_{DCCA}$  between the probe 11 and probe 21 (open blue squares) above and near the inlet. The coefficient  $\rho_{DCCA}$  is more negative for probe 11  $\times$  01 with symmetric obstructions, whereas  $\rho_{DCCA}$  is more negative for probe 11  $\times$  21 with asymmetric obstructions. This fact, measured here by the DCCA coefficient, is the signature for the eddies moving downstream in this turbulent fluid which moves through the pipe.

\*\*\*

AAB and ICdCL thank the FAPESB (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia) (Grant BOL 0262/2017 and convênio 0002/2015) and GFZ thanks the

CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) (Grant 304362/2017-4), Brazilian agencies.

#### REFERENCES

- [1] DA CUNHA LIMA A. T., DA CUNHA LIMA I. C. and DE ALMEIDA M. P., *Int. J. Mod. Phys. C*, **28** (2017) 1750019.
- [2] SANTOS F. R., DA SILVA COSTA G., DA CUNHA LIMA A. T., DE ALMEIDA M. P. and DA CUNHA LIMA I. C., *Int. J. Mod. Phys. C*, **28** (2017) 1750079.
- [3] FERZIGER J., PERIC M. and MORTON K., *Computational Methods for Fluid Dynamics* (Springer, Berlin) 1999.
- [4] SCHLICHTING H., GERSTEN K., KRAUSE E., OERTEL H. J. and MAYES C., *Boundary Layer Theory*, eighth revised and enlarged edition (Springer) 2017.
- [5] ZEBENDE G. F., DE OLIVEIRA P. M. C. and PENNA T. J. P., *Phys. Rev. E*, **57** (1998) 3311.
- [6] PENG C.-K., BULDYREV S. V., HAVLIN S., SIMONS M., STANLEY H. E. and GOLDBERGER A. L., *Phys. Rev. E*, **49** (1994) 1685.
- [7] PODOBNIK B. and STANLEY H. E., *Phys. Rev. Lett.*, **100** (2008) 1.
- [8] ZEBENDE G. F., *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, **390** (2011) 614.
- [9] PODOBNIK B., JIANG Z.-Q., ZHOU W.-X. and STANLEY H. E., *Phys. Rev. E*, **84** (2011) 066118.
- [10] VASSOLER R. and ZEBENDE G., *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, **391** (2012) 2438.
- [11] ZEBENDE G. F., SILVA M. F. and FILHO A. M., *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, **392** (2013) 1756.
- [12] MARINHO E., SOUSA A. and ANDRADE R., *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, **392** (2013) 2195.
- [13] KRISTOUFEK L., *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, **402** (2014) 291.
- [14] WANG G.-J., XIE C., CHEN S. and HAN F., *Math. Problems Eng.*, **2014** (2014) 1.
- [15] REBOREDO J. C., RIVERA-CASTRO M. A. and ZEBENDE G. F., *Energy Econ.*, **42** (Suppl. C) (2014) 132.
- [16] BASHIR U., YU Y., HUSSAIN M. and ZEBENDE G. F., *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, **462** (2016) 889.
- [17] XIONG H. and SHANG P., *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, **30** (2016) 268.
- [18] ZEBENDE G., BRITO A., FILHO A. S. and CASTRO A., *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, **494** (2018) 17.
- [19] GREENSHIELDS C. J., *OpenFOAM-The Open Source CFD Toolbox User Guide* (OpenFOAM Foundation Ltd.) 2015.
- [20] VERSTEEG H. K. and MALALASEKERA W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method* (Pearson Education) 2007.
- [21] DA SILVA M. F., PEREIRA É. J. D. A. L., DA SILVA FILHO A. M., DE CASTRO A. P. N., MIRANDA J. G. V. and ZEBENDE G. F., *Phys. A: Stat. Mech. Appl.*, **453** (2016) 1.

### 3.3 Artigo 3

- **Detecção da persistência da influência da simetria dos bloqueios nas correlações cruzadas de múltiplas escalas dos campos de velocidade em escoamentos turbulentos internos em dutos**

Este trabalho tem como objetivo explorar o efeito da assimetria de geradores de turbulência nas propriedades estatísticas do fluxo. Em detalhes, pretende-se determinar a que distância a jusante aos obstáculos, o fluxo se desloca antes que as correlações do campo de velocidade percam a informação sobre a simetria dos geradores de turbulência. Ou seja, uma escala de comprimento de memória é calculada de tal forma que, após o fluxo ter percorrido essa distância a jusante a obstrução, perde-se completamente a informação da simetria dessa obstrução.

Uma análise dos três primeiros momentos da distribuição de probabilidade devido à assimetria das obstruções, vista em Santos et al. (2017), foi usada como uma estimativa aproximada da escala de comprimento de perda de memória. As equações que regem o movimento do fluido, podem ser trazidas para uma forma adimensional, deste modo a distância pode ser escrita como uma escala de comprimento, determinada apenas pelas escalas naturais do problema (SANTOS et al., 2017). Os critérios para determinar essa escala de comprimento onde a memória da simetria do obstáculo é perdida não é exata nem única.

Este artigo pretende realizar uma análise mais detalhada do comprimento da memória através do tratamento estatístico das funções de correlação baseadas no método conhecido como coeficiente de correlação cruzada  $\rho_{DCCA}$ . Os coeficientes de correlação cruzada foram calculados em pontos selecionados da malha. Em cada eixo, calculam-se as correlações fixando o último ponto. Um cálculo anterior (SANTOS et al., 2017) confirmou que nesses pontos a influência da simetria da obstrução desaparece. Tomando esses pontos como referência, os coeficientes de correlações cruzadas em várias escalas temporais são calculados com alguns pontos selecionados no mesmo eixo. No caso em que, para grandes escalas de tempo, os valores dos coeficientes não estão suficientemente próximos para as diferentes geometrias, indica que a memória da simetria dos obstáculos ainda está preservada para o ponto selecionado. Nos pontos em que os valores dos coeficientes tendem ao colapso (para todos modelos), a memória da simetria dos obstáculos é perdida.

Na sexta figura do artigo (Fig. 6.), os pares de pontos 10-02, 10-03 e 10-04 mostram valores do coeficiente  $\rho_{DCCA}$  positivo e negativo, em todas escalas de tempo. Isso indica que a memória da simetria do obstáculo é preservada pelo menos até o ponto 04. O mesmo ocorre com os pares 30-22, 30-23 e 30-24. Por outro lado, para os pares 10-07, 10-08 e 10-09, e os pares 30-27, 30-28 e 30-29, existe uma tendência a aproximação



dos símbolos, o que mostra um enfraquecimento da influência das grandes estruturas criadas logo atrás dos obstáculos. Em grandes escalas de tempo, os gráficos tornam-se muito próximos para os pares 10-08, 10-09 e 30-28, 30-29. Um comportamento similar é mostrado para o eixo central, nos pares 20-14, 20-17, 20-18 e 20-19. Isto indica que uma perda de memória da simetria do obstáculo ocorre logo após o ponto 14. Comparando as observações acima, vemos que a distância do obstáculo antes da perda da memória é maior nas regiões próximas às paredes.

Para mostrar uma nova maneira de estimar a perda de memória em diferentes escalas de tempo, e em diferentes regiões do canal pelo coeficiente  $\rho_{DCCA}$ , introduzimos um mapa de cores mostrado na sétima figura do artigo (Fig. 7.). Os resultados foram extraídos de séries temporais nos mesmos cinco canais, mas calculando os coeficientes em pares de pontos de mesmas coordenadas, ou seja, 1-1, 2-2, 3-3, ..., 29-29 e 30-30 para diferentes simetrias de obstrução. Com esta propriedade correlacionamos o duto de geometria simétrica com os demais. Os mapas procuram encontrar pontos nos quais as diferenças no  $\rho_{DCCA}$  são mínimos através da identificação de regiões onde os seus valores são médios ou fortes.

Os gráficos na figura 7 do artigo são divididos em intervalos correspondentes aos três eixos: eixo inferior, classificado até INF 10, eixo central até CEN 20 e eixo superior até SUP 30. As três linhas vermelhas horizontais nos mapas indicam a perda de informações sobre a simetria das obstruções em grandes valores de  $n$ . O mapa mostra uma interseção no eixo inferior de correlação média em INF 8, no eixo central correlação forte que se intercepta em CEN 14 e no eixo superior a interseção é em SUP 28. Isso dá perda de memória da simetria dos obstrução nos pontos 8 e 28 para os eixos inferior e superior respectivamente, isto é, aproximadamente 3,8  $m$  dos obstáculos, enquanto o eixo central perde a memória no ponto 14, ou seja, aproximadamente 2,2  $m$  de obstruções. Estes resultados estão em total concordância com a análise anterior baseada na figura 6 do artigo.

Com o coeficiente  $\rho_{DCCA}$  quantificamos a que distância das obstruções esses coeficientes se tornam independentes na forma das obstruções, estabelecendo uma escala (por exemplo, a largura do canal) para a perda de memória de simetria da obstrução.

A seguir é apresentado o artigo “Detection of the persistency of the blockages symmetry influence on the multi-scale cross-correlations of the velocity fields in internal turbulent flows in pipelines” publicado pela revista *Physica A* em 2018.



Contents lists available at ScienceDirect

Physica A

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/physa](http://www.elsevier.com/locate/physa)

# Detection of the persistency of the blockages symmetry influence on the multi-scale cross-correlations of the velocity fields in internal turbulent flows in pipelines

F. Rodrigues Santos<sup>a,b</sup>, A.A. Brito<sup>a,c</sup>, A.P.N. de Castro<sup>d</sup>, M.P. Almeida<sup>e,f</sup>,  
A.T. da Cunha Lima<sup>a,f,g</sup>, G.F. Zebende<sup>h,i</sup>, I.C. da Cunha Lima<sup>a,f,j,\*</sup>

<sup>a</sup> Computational Modeling Program, Centro Universitário SENAI CIMATEC, Salvador, Bahia, Brazil

<sup>b</sup> Federal Institute of Bahia, Camaçari, Bahia, Brazil

<sup>c</sup> Federal Institute of Bahia, Paulo Afonso, Bahia, Brazil

<sup>d</sup> Unijorge University Center, Salvador, Bahia, Brazil

<sup>e</sup> Federal University of Ceará, Fortaleza, Ceará, Brazil

<sup>f</sup> National Institute for Science and Technology-Petroleum Geophysics, INCT-GP, Salvador, Bahia, Brazil

<sup>g</sup> Federal University of Bahia, Salvador, Bahia, Brazil

<sup>h</sup> Department of Physics, State University of Feira de Santana, Bahia, Brazil

<sup>i</sup> Earth Sciences and Environment Modeling Program, State University of Feira de Santana, Bahia, Brazil

<sup>j</sup> Pursuelife—Consultancy on Applied Science, Salvador, Bahia, Brazil

## HIGHLIGHTS

- The flow near the walls preserve memory of blockage symmetry for longer distances.
- The correlations at different time scales are sensitive to the blockages symmetry.
- The cross-correlations in mid-channel are stronger than close to the pipeline wall.
- Correlations increase at large time scales as the points move away from blockages.

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 10 April 2018

Received in revised form 30 May 2018

Available online xxxx

### Keywords:

Turbulence

Navier–Stokes equation

Pipeline

$\rho_{DCCA}$

## ABSTRACT

In this paper we analyze the influence of obstacles symmetry on the development of the turbulent flow of a fluid through a pipeline. The analysis is based on the numerical solutions of the Navier–Stokes equations for the velocity field. The influence of the obstacle symmetry on the turbulence is detected by changing their shape while keeping the blockage ratio constant and calculating velocity field cross-correlations on the time series resulting from the simulation. The Detrended Cross-Correlation coefficient ( $\rho_{DCCA}$ ) is applied to obtain two-point correlations located at different regions of the channel: at mid-channel and near the walls (above and below). With this cross-correlation coefficient we quantify how far from the obstructions these coefficients become independent on the obstructions shape, establishing a scale for the obstruction symmetry memory loss.

© 2018 Elsevier B.V. All rights reserved.

\* Corresponding author at: Computational Modeling Program, Centro Universitário SENAI CIMATEC, Salvador, Bahia, Brazil.  
E-mail address: [ivandacunhalima@pq.cnpq.br](mailto:ivandacunhalima@pq.cnpq.br) (I.C. da Cunha Lima).

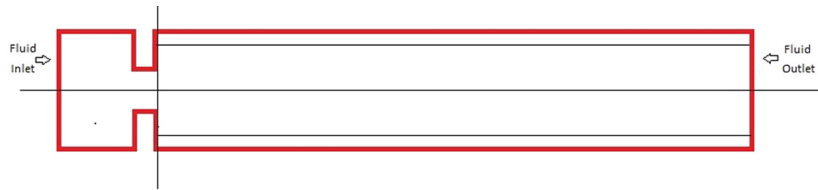


Fig. 1. Schematic representation of the domain for a 2-D pipeline (length 5.1 m and width 0.1 m), partially blocked by symmetric obstacles.

## 1. Introduction

For almost eighty years the Kolmogorov [1–4] hypotheses remain as landmarks in the road to understand the non-equilibrium nature of turbulent flows. The important ingredients validating these hypotheses are the real space local isotropy and homogeneity in a region of fully developed turbulent flow, leading to a sound treatment of the dynamics in reciprocal space [5]. A power-law for the spectral component of the fully turbulent kinetic energy on the wave number is expected, the famous  $-5/3$  law. This power-law should be valid in a roughly well defined wave length range (the inertial subrange). The dynamics of the spectral component of the turbulence kinetic energy supports the energy cascade idea, i.e., the energy in reciprocal space being transferred from the smaller to the larger wave numbers components of the energy spectrum. This is the reason why the flow is an intrinsically non-equilibrium process. For small enough wave lengths (small eddies), in a range below the Kolmogorov scale, energy transfer occurs from turbulent motion to the internal energy of the fluid. A model for the energy-spectrum function has been proposed [5,6] covering the whole spectrum, from the small wave numbers (energy-containing range), through the intermediate wave numbers (inertial subrange), up to large wavenumbers (dissipation range). Once a reliable experimental setup creates a region of homogeneous and isotropic turbulence, the universal spectral behavior should be observed in the inertial subrange. This has been confirmed by a large collections of experiments in a wide range of Reynolds number [7]. However, discrepancies of the power-law predictions have been observed, and one of the reasons is the occurrence of intermittency, the alternating passage of higher and lower turbulent structures in the flow.

In the last decades, the discovery of coherent structures brought a new perspective in the study of the turbulence [8,9]. Although turbulence is a phenomenon characterized by the chaotic movement of the particles of a fluid, there are techniques capable of identifying coherent structures within it, facilitating the mathematical representation of the phenomena and thus allowing prediction of these movements [10].

From the above considerations it can be concluded that the design of the experimental setup is of fundamental importance in providing a region of local isotropy in the reciprocal space. A question that remains is how far a turbulent flow travels downstream the turbulence generators before losing the information of the symmetry of these obstructions. This paper aims to explore the effect of asymmetry of turbulence generators on the statistical properties of the flow. In details, it aims to determine how far downstream the flow travels before the velocity field correlations lose the information about the symmetry of the turbulence generators.

Differently from the turbulence generated by a wire grid in a channel, the turbulence generated by solid obstructions in a pipeline such as that shown in Fig. 1, which plays the role of vorticity injectors, are essentially non-homogeneous and anisotropic. Using the tools of Computational Fluid Dynamics (CFD) this paper calculates a memory length scale in such a way that, after the flow having traveled this distance downstream an obstruction of a given symmetry, it loses completely the information of the symmetry of this obstruction creating the turbulence. In that case it is reasonable to search for a region in the channel where an universality could be found. If this universality exists it must not depend on the symmetry of the obstruction. The existence of a scaling of this memory length with the natural scales of the channel (for instance, the channel width) is explored here, as well as how this memory length scale depends on the Reynolds number.

It has been shown [11] by a spectral analysis of the turbulent kinetic energy, that the region close to the obstructions in a pipeline presents low frequency components capable to distinguish this region from those far from the obstructions, where the turbulence can be considered as fully developed. Far enough from the obstructions there is a range of the frequency spectrum where the turbulent kinetic energy presents a power-law. The calculation leading to this power-law assumed a symmetric obstruction (as that shown in Fig. 1) and confirmed the flow to be stationary after a certain number of iterations, understood as the probability density function (PDF) of the velocity field being independent of time. Recently, an analysis of the changes on the moments of the PDF due to the asymmetry of the obstructions has been used as a rough estimate of the memory loss length scale [12]. This paper intends to perform a more detailed analysis of the memory length by using multi-scale statistical methods.

The statistical treatment of the correlation functions presently is based on the method known as the Detrended Cross-Correlation Coefficient Analysis,  $\rho_{DCCA}$  [13]. The Detrended Fluctuation Analysis (DFA) [14] method applied to a non-stationary time series provides the dependence of the root mean square of the detrended fluctuation on the time scale  $n$ ,  $F_{DFA}(n)$ , used when calculating the averages over the time intervals. If we have two time series the study of cross-correlation between these time series can use a generalization of the DFA method, called Detrended Cross-Correlation Analysis (DCCA) [15]. In order to quantify the cross-correlation of these two non-stationary time series a coefficient has

been created, named  $\rho_{DCCA}$ , which has been tested in many and essentially different processes. A detailed description of this method can be found in [13].

Blocking on a channel is a very important problem in different areas, from thrombosis in blood vessels to pipeline obstructions in the oil industries. In these simulations the channel is assumed to have a cylindrical shape with a rectangular cross section having obstacles whose shape varies as a symmetry control. The velocity field is obtained in a grid of points inside the channel, and several two-point correlation functions for the velocity fields are calculated. The analysis of the existence of a blocking symmetry memory length in multi-scale time series is based on these cross-correlation coefficient obtained in a post-processing application of the  $\rho_{DCCA}$  method to the turbulent velocity fields.

## 2. Role of obstruction as vorticity injectors

It is well accepted that the dynamics of an incompressible and Newtonian fluid flow is governed by the Navier–Stokes equations representing the momentum conservation. Since, from the mass conservation, the divergence of the velocity field is zero ( $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ ), we have:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) \mathbf{u} = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (1)$$

where  $p$  represents the pressure,  $\mathbf{f}$  the external volume forces, and  $\nu$  is the kinetic viscosity coefficient,  $\nu = \mu/\rho$ , with  $\mu$  being the viscosity and  $\rho$  the density. In Eq. (1) the density is assumed as unit. Defining proper scales for length ( $L$ ) and velocity ( $U$ ), this equations can be brought to a dimensionless form, after changing to dimensionless variables and adopting a time scale  $T = L/U$ :

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u} + \mathbf{f}, \quad (2)$$

where  $Re$  is named Reynolds constant,  $Re = UL/\nu$ . An important player in the fluid motion is the vorticity, defined as

$$\mathbf{w} = \nabla \times \mathbf{u}, \quad (3)$$

leading to a dynamics of the vorticity, from the Navier–Stokes equation:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \right) \mathbf{w} = (\mathbf{w} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{w}. \quad (4)$$

The above equations are deterministic, although with exact solutions known only for very special cases. As a contour condition, it is assumed that in presence of solid frontiers the flow speed there is zero, this being known as the non-slip condition. As a consequence, at solid walls the vorticity has a single component, parallel to the wall. The Reynolds constant has a physical meaning, the ratio of the viscosity term and the so called inertial terms, the first two terms in Eq. (1). At high Reynolds numbers a deterministic solution of the Navier–Stokes equation is not observed in nature. This happens because any slight perturbation provokes significant changes on the dynamics of the velocity field bringing the problem to become a stochastic process. The flow is no more laminar, and become turbulent, instead. From this point of view, an obstruction in a channel can be considered as a vorticity injector into the flow, contributing to a faster transition to turbulence. In a channel, for a steady fluid injection, far enough from the obstructions the turbulent stochastic process must become stationary. In principle, from the point of view of an statistical treatment based on the probability density function, (PDF), this latter should depend on the symmetry of the obstruction. However, experiments have shown the flow to reach similarities leading to the conditions where the Kolmogorov applies. Therefore, there must be a distance from the obstacles where the symmetry of the obstruction is no more determinant to the turbulent flow. Since the equations of motion can be brought to an dimensionless form, this distance can be written as a length scale, determined only by the natural scales of the problem and by the Reynolds number. The criteria for determining this length scale where the memory of the obstacle symmetry is lost is neither exact nor unique. The numerical simulations performed in this paper uses qualitative criteria for determining this length scale, as described below. At this point, it is worthwhile to call attention to the fact that in the numerical solution of the Navier–Stokes equations there is always a numerical truncation of the solution at each iteration. For high Reynolds numbers these truncations play the role of the random perturbations.

## 3. The domain setup and the processing

The simulations performed in this paper used the OpenFOAM library [16], which is an open source software for numerical solutions of differential equations based on the finite volume method (FVM) [17]. The Navier–Stokes equations were solved in a quasi-two-dimensional domain with length  $L = 5.1$  m in the  $x$ -direction, width  $D = 0.1$  m in the  $y$ -direction, and a height  $d = 0.01$  m in the  $z$ -direction, corresponding to the height of a single cell. The dimensions were taken identical to those used in [12] in order to generate comparative results using different analysis tools. A two-dimensional domain intends to overcome the complexity of the numerical calculation. However, the OpenFOAM library works with three-dimensional domains. Taking a single cell in the  $z$ -direction overcomes this difficulty.

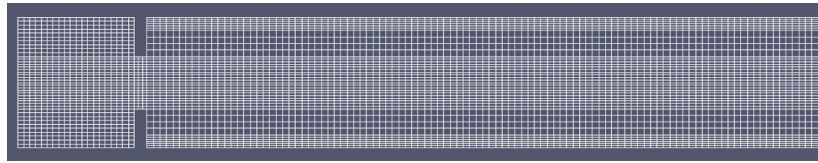


Fig. 2. Descriptive scheme of the mesh.

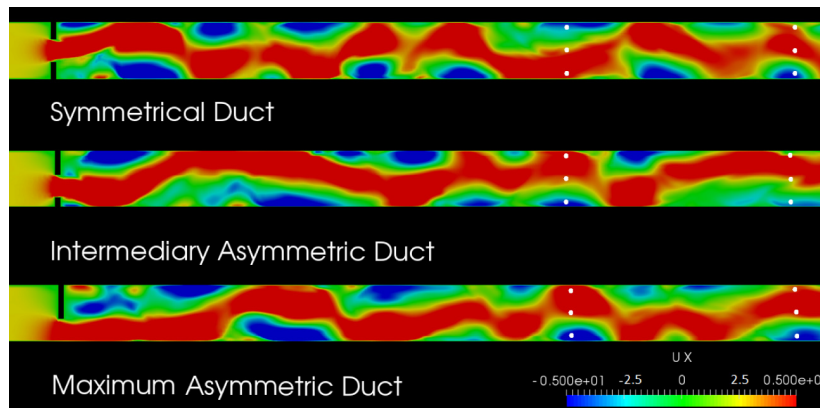


Fig. 3. Speed profile  $U_x$  in three geometries shown in a piece of the pipeline of 1.55 m long containing the inlet, the obstructions, and the first six probes represented by the white dots. At left the probes are at 1.0 m from the obstacles, respectively Points 1, 11, and 21. White dots at right represent probes at 1.4 m from the obstacles, respectively Points 2, 12, and 22.

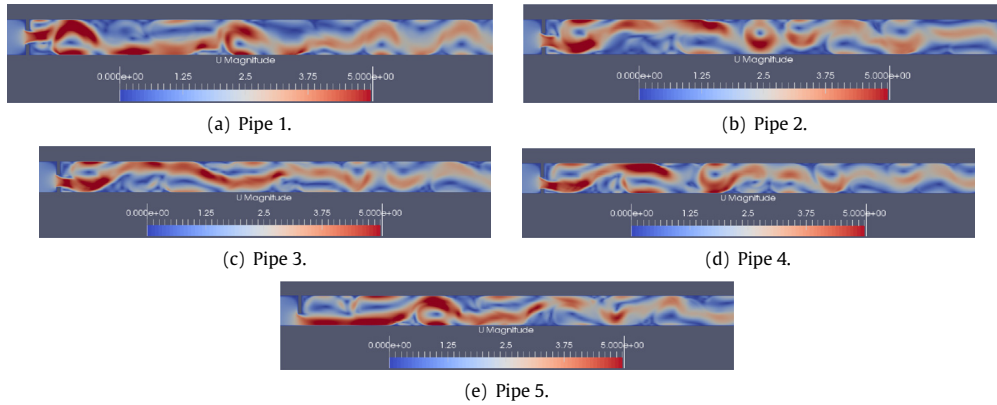
Five different designs have been generated for covering different configurations of the obstruction. Two obstacles are fixed on the upper and lower walls, as shown in Fig. 1, near the inlet. The obstacle in the lower wall has a length in the  $y$ -direction  $D_1$ , and that in the upper wall has a length  $D_2$ . The obstruction is only partial, i.e.,  $D_1 + D_2 < D$ , where  $D$  represents the width of the channel. On the five configurations the obstruction heights are progressively changed while keeping  $(D_1 + D_2)/D = 0.6$ , representing the blockage ratio of the obstruction. The five configurations explored in these calculations are:  $D_1 = D_2 = 3.0$  cm;  $D_1 = 2.0$  cm e  $D_2 = 4.0$  cm;  $D_1 = 1.7$  cm e  $D_2 = 4.3$  cm;  $D_1 = 1.4$  cm e  $D_2 = 4.6$  cm;  $D_1 = 0.0$  cm e  $D_2 = 6.0$  cm, as seen in [12]. The channel length  $L = 5.1$  m was taken sufficiently large in order to reach a region of fully turbulent flow. The meshing used in the simulations is non-homogeneous, structured, with the cells size changing according to the region where a refinement is shown necessary, according to Fig. 2. The total number of cells is 40,860. The time step for the progression was taken as  $1 \times 10^{-5}$  s, a choice which takes into account the restrictions of the Courant number and the feasibility of the total duration of the simulation. The processing was performed at the high performance computer facility of the SENAI-Cimatec, using a total of 80 cores in 20 processors, and 128 Gb of memory RAM. Ten points (probes) are selected at each of three axes. The first axis is placed near the bottom wall of the channel, containing points labeled 1 up to 10. A second axis corresponds to mid-channel, containing points labeled from 11 up to 20. The third axis lies near the upper wall, containing points 21 up to 30. Probes in different axes are chosen such as to share the same  $y$  coordinate.

Fig. 3 contains snapshots of the flow after 10,000 iterations of the numerical solution of the Navier–Stokes equations showing the velocity profile of the longitudinal velocity for symmetric, intermediate and totally asymmetric geometries. The three initial vertical points (white dots) represent the first point on each axis, located at 1.0 m from the obstacles and the others 0.4 m apart. It is important to notice that Fig. 3 represents little more than 1.5 m of the duct, where the differences in the longitudinal velocity profile are characterized by the different vortex configurations generated by the obstructions.

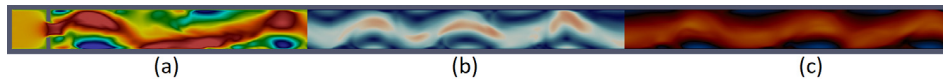
In Fig. 4 we see the five domains used in the simulation, Pipe 1 being the duct that configures a symmetrical obstruction and that will be the reference geometry to study the symmetry breaking in the obstacles represented by the Pipe 2, Pipe 3, Pipe 4 and Pipe 5 configurations (as defined in the 3 section). We restrict the study interest of the longitudinal component of the velocity field, once this is the component which shows more clearly the persistence of the memory of the obstacles symmetry.

#### 4. Statistical treatment in the post-processing

The DCCA cross-correlation coefficient [13] is defined as the ratio between the detrended covariance function  $F_{DCCA}^2$  and the detrended variance function  $F_{DFA}$ . In the present case the covariance and variance are calculated at two points (probes of



**Fig. 4.** Snapshots representative of the velocity field of the flow in each configuration of the obstructions.



**Fig. 5.** Simulation of geometry with symmetric obstruction divided into three regions. (a) This region spans between 0.0 m and 1.7 m, (b) spans between 1.7 m and 3.4 m, (c) spans between 3.4 m and 5.1 m. The colors in each region are in different scales to highlight the turbulence structures. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

**Table 1**  
Detrended cross-correlation conditions.

	$\rho_{DCCA}$	
Weak	Medium	Strong
$\pm 0.000 \mapsto \pm 0.333$	$\pm 0.333 \mapsto \pm 0.666$	$\pm 0.666 \mapsto \pm 1.000$

the simulation)  $i$  and  $j$ , for a given obstruction symmetry, for a given time scale  $n$  [13], we have

$$\rho_{DCCA}(i, j; n) \equiv \frac{F_{DCCA}^2(i, j; n)}{F_{DFA}(i, n)F_{DFA}(j, n)}. \quad (5)$$

Eq. (5) leads us to quantitative evaluation of cross-correlation in multi-scale non-stationary time series. Here,  $\rho_{DCCA}$  is a dimensionless coefficient that range between  $-1 \leq \rho_{DCCA} \leq 1$ . A value of  $\rho_{DCCA} = 0$  means there is no cross-correlation, and it splits the level of cross-correlation between positive and the negative case. A detailed division of the scale is shown in Table 1.

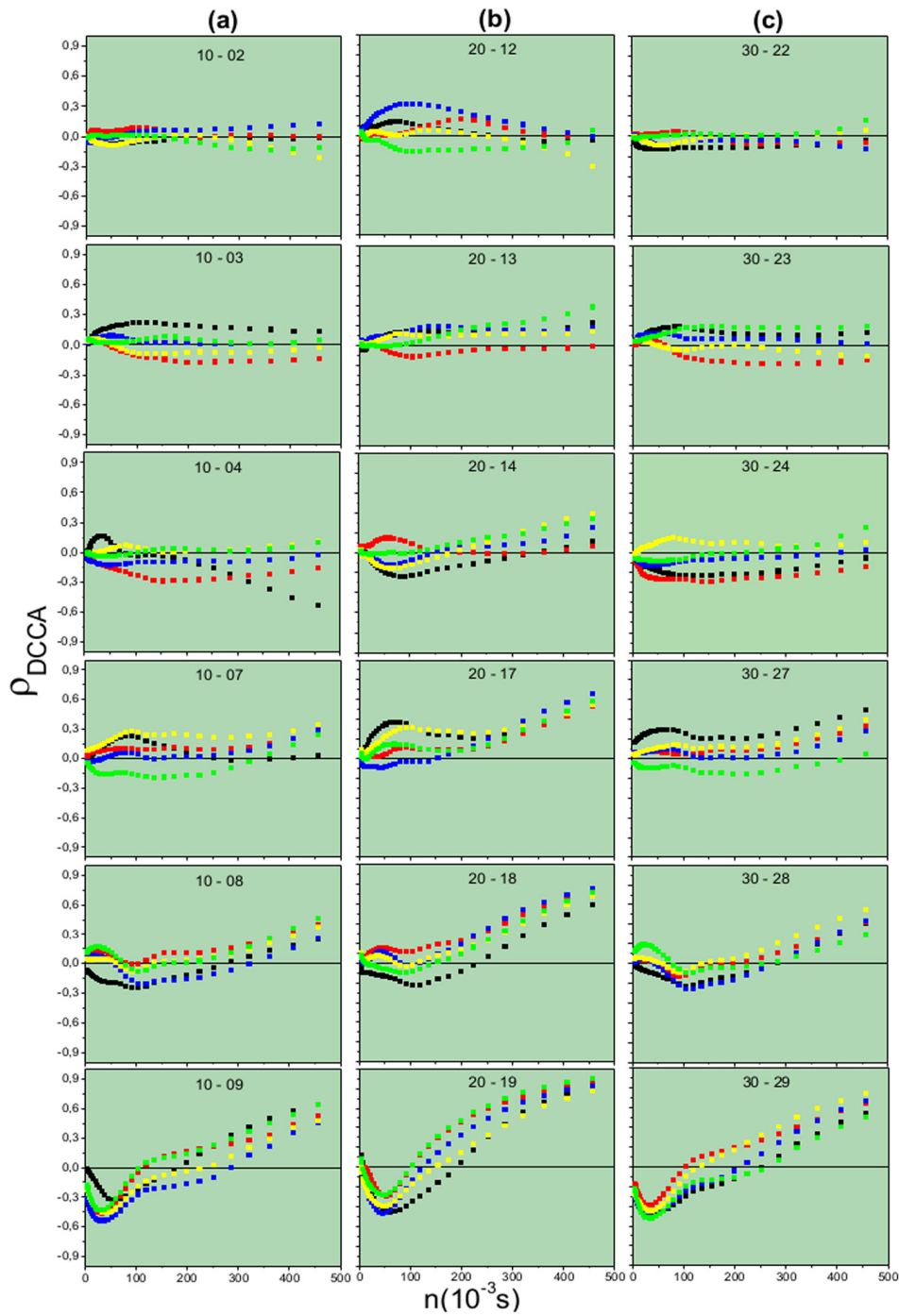
We proceed to the statistical analysis by calculating the  $\rho_{DCCA}(i, j; n)$  coefficient in several multi-scales  $n$  for points  $i$  and  $j$ . Before coming into this discussion, and based on previous simulations [11], we can distinguish three typical regions in the channel. In this sense, through a spectral analysis of the turbulent kinetic energy, the region close to the obstructions in a pipe has low frequency components capable of distinguishing this region from those that are far from the obstructions. Therefore, the turbulence in this region must depend strongly on the shape of the vorticity injectors. On the other hand, these low frequency components disappears far from the obstacles. In this context, the channel structure was divided into three regions, as seen in Fig. 5: (a) a region that exhibits high perturbation in the flow due to low frequency components; (b) an intermediate region where large structures appear to dissipate; (c) a region where turbulence may be regarded as fully mature. The first post-processing analysis is totally visual, where the memory loss of the five configurations in region (b) or (c) is only estimated.

It was identified that the information on the symmetry loss occurs in the region (b) for the central axis, and in the region (c) for the axes near the walls [12]. So if we take the last point of each axis located in region (c) it will give us a starting point to analyze the cross correlation with other points on the same fixed axis.

## 5. Results and discussions

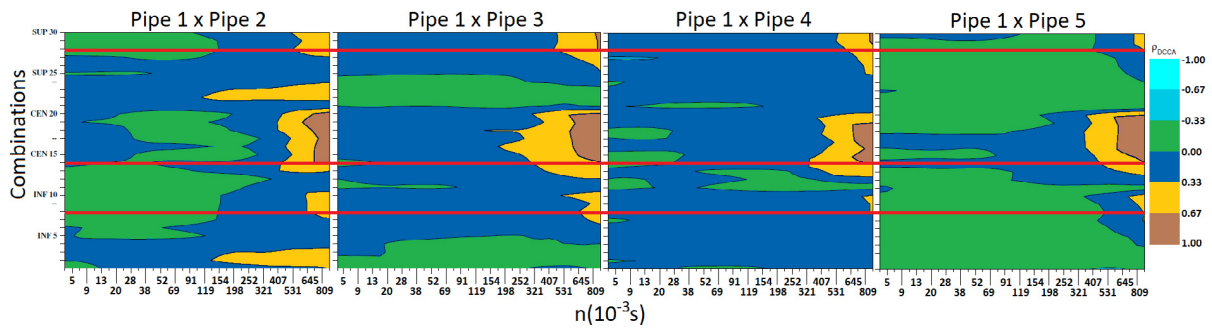
The cross-correlation coefficients were calculated in selected points of the mesh. At each axis we focused on the correlations involving the last probe on the axis, namely probe 10 for the lower axis, the probe 20 in the mid-channel axis, and the probe 30 in the upper axis. A previous calculation [12] confirmed that at these probes the influence of the obstruction symmetry disappears. Taking these probes as reference points, the multi-scale cross-correlations coefficients are calculated with some selected points at the same axis in the three sections defined in Fig. 5.





**Fig. 6.**  $\rho_{DCCA}$  as a function of time scale for two points in the same axis, according to labels described in Section 3, where column (a) represents the results on the lower axis, column (b) the results on the central axis and column (c) the results on the upper axis. Each geometry is represented by symbols in different colors. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

Fig. 6 shows the results for  $\rho_{DCCA}$ . The colors of each symbol represent the five different obstacle configurations. In the case where for large time scales the points representing the coefficients are not close enough to each other, this indicates that the memory of the obstacle symmetry is still preserved. In the case where these points collapse, the memory of the obstacles symmetry is lost. Column (a) shows positive and negative coefficient values  $\rho_{DCCA}$  between the pairs 10-02, 10-03 and 10-04, both for short and large time scales, which are different for each case. Therefore, in the lower axis this indicates



**Fig. 7.** Cross-correlation map comparing the symmetric obstruction (Pipe 1) with all others (Pipes 2, 3, 4 and 5). The colors represent the levels of the  $\rho_{DCCA}$ . The horizontal red lines crossing all maps level the highest values of the coefficient  $\rho_{DCCA}$  in the three axes: lower axis, classified up to INF 10, central axis up to CEN 20, and upper axis up to SUP 30. (For interpretation of the references to color in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

that the memory of the obstacle symmetry is preserved at least up to point 04. The same occurs to the pairs 30-22, 30-23 and 30-24 at the column (c), representing the coefficients for the upper axis. On the other hand, for the pairs 10-07, 10-08 and 10-09 in the lower axis, and the pairs 30-27, 30-28 and 30-29 in the upper axis, an increase on  $\rho_{DCCA}$  was observed for  $n \geq 300$ , which shows a weakening of the influence of the large structures created just behind the obstacles. At large time scales the graphs become very close for pairs 10-08, and collapse for pairs 10-09 in the lower axis. A similar behavior is shown for the upper axis (c). Columns (a) and (c) show that: (i) in large time scales the pairs involving the last probes and their next and near next neighbors, at both lower and upper axes, become monotonically more correlated, with a value of the coefficient approaching the border of medium-to-high, according to Table 1; (ii) the memory of the obstacle symmetry is lost somewhere at the beginning of region (c) of Fig. 5. In column (b) (central axis), we can observe a rapid increase of the  $\rho_{DCCA}$  coefficient in large scales as in the pair the points approach. Pairs 18-20 and 19-20 are already strongly correlated. Besides, large time scales show no more significant differences among the coefficients starting from the pairs 17-20. This indicates that a memory loss of the obstacle symmetry occurs right after the point 14. Comparing the above observations we see that the distance from the obstacle before the memory is lost is larger in regions near the walls. In the central axis this occurs in a region from about 2.2 to 2.5 m downstream the obstructions, and on the axes near the walls around 3.8 to 4.2 m from the obstructions.

In order to show a new way to estimate the loss of memory at different time scales, and at different pipe regions by the  $\rho_{DCCA}$  coefficient, we introduce a map colored (see Fig. 7). The results were extracted from time series in the same five channels, but calculating the coefficients in pair of probes of the same coordinates in different channels. Namely, the pair of probes 1-1, 2-2, 3-3, ..., 29-29 and 30-30 for different obstruction symmetries. Fig. 7 shows the cross-correlation map for the longitudinal component of the velocities at a single point for two different pipes: Pipe 1 with Pipe 2, Pipe 1 with Pipe 3, Pipe 1 with Pipe 4 and Pipe 1 with Pipe 5. The maps seek to find points in which the differences in the  $\rho_{DCCA}$  are minimal through the identification of bands where their values are medium or strong. The ordinates in Fig. 7 are divided in ranges corresponding to the three axes: inferior axis, classified up to INF 10, central axis up to CEN 20, and superior axis up to SUP 30.

The three horizontal red lines in the maps indicate the loss of information on the symmetry of obstructions in large  $n$ . The bottom line refers to the lower axis, the center line to the center axis and the upper line to the upper axis. The calculation involves the correlations of the Pipe 1 geometry with all others, so that in obtaining the intersection we will have regions in which the difference of the obstructions will no longer be perceived for average or strong values of the coefficient. Fig. 7 shows an intersection in the lower axis of mean correlation in INF 8, while for the central axis we have a strong correlation intersecting in CEN 14. For the upper axis the intersection is at SUP 28. This gives a memory loss of the obstruction symmetry in points 8 and 28 for the lower and upper axis respectively, that is, approximately 3.8 m of the obstacles, while the central axis loses memory at point 14, that is, approximately 2.2 m from obstructions. These results are in total agreement with the previous analysis based on Fig. 6.

## 6. Conclusion

Numerical simulations were performed with the OpenFOAM library based on a channel with obstacles with fixed blockage ratio, in the present case corresponding to 60% of the channel width. The simulations led to the observation of three different regions downstream the obstruction. Initially, large structures formed by the obstructions reflect the geometry of the obstructions. Vortices are injected in the flow producing strong turbulence whose nature is dependent on the shape of these vorticity injectors. Downstream, as the dynamic flow of these structures evolves, there is a transition region to a mature turbulence, which is reached far enough from the obstructions.



The post-processing of the data coming out of the simulations consisted of the cross-correlation of the longitudinal velocity field calculation based on the  $\rho_{DCCA}$  coefficient. The effectiveness of the application of the  $\rho_{DCCA}$  to study internal turbulence in partially obstructed ducts proved to be robust for analyzing the symmetry breaking of the obstacles. In this point of view, the analysis was performed in two different ways: (i) two points lying at the same axes for different symmetries, as in Fig. 6; (ii) two equivalent points at two different obstacle symmetry, as in Fig. 7.

Finally, the aim of this paper was to identify how far the dynamic structures flow before reaching a stage of evolution in which the shape of the vortices injectors can no more be identified. We have shown that this memory length depends on the proximity to the channel walls, being smaller at points near mid-channel than near walls. In other words, the flow near the walls preserve the information of the blockage symmetry for longer distances than at mid-channel. The fluid viscosity in the Navier–Stokes equation appears a coefficient of the second-order term. The boundary condition necessary to solve this partial differential equation in presence of a solid wall, known as the non-slip condition, introduces a thin layer near the walls at high Reynolds numbers where the flow evolves from laminar to turbulent and where the vorticity is injected into the flow. This layer contributes to preserve eddies carrying the information of their generators for a longer distance downstream, contrarily to the region in mid-channel where the evolution of these eddies to a turbulent flow favors a regime which rapidly becomes independent on the symmetry of the sources of these eddies. The present simulations are in total agreement with these observations.

### Acknowledgments

A. A. Brito and I. C. da Cunha Lima acknowledge FAPESB (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado da Bahia), Brazil for the Grant BOL 0976/2016 and BOL 0262/2017, respectively. G. F. Zebende thanks CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), Brazil (Grant 304362/2017–4).

### References

- [1] A.N. Kolmogorov, The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 30 (1941) 9–13.
- [2] A.N. Kolmogorov, Dissipation of energy under locally isotropic turbulence, *Dokl. Akad. Nauk SSSR* 32 (1941) 16–18.
- [3] A.N. Kolmogorov, A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high Reynolds number, *J. Fluid. Mech.* 13 (1962) 82–85.
- [4] A.M. Obukhov, Some specific features of atmospheric turbulence, *J. Fluid. Mech.* 13 (1962) 77–81.
- [5] S.B. Pope, *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2001.
- [6] R.H. Kraichnan, The structure of isotropic turbulence in very high Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.* 5 (1959) 497–543.
- [7] S.G. Saddoughi, Local isotropy in turbulent boundary layers at high Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.* 268 (1994) 333–372.
- [8] G.L. Brown, A. Roshko, On density effects and large structure in turbulent mixing layers, *J. Fluid Mech.* 64 (4) (1974) 775–816.
- [9] A.F. Hussain, Coherent structures and turbulence, *J. Fluid Mech.* 173 (1986) 303–356.
- [10] E.L. Rempel, A.-L. Chian, A. Brandenburg, Lagrangian coherent structures in nonlinear dynamos, *Astrophys. J. Lett.* 735 (1) (2011) L9.
- [11] A. da Cunha Lima, I. da Cunha Lima, M. de Almeida, Analysis of turbulence power spectra and velocity correlations in a pipeline with obstructions, *Internat. J. Modern Phys. C* 28 (02) (2017) 1750019.
- [12] F.R. Santos, G. da Silva Costa, A. da Cunha Lima, M. de Almeida, I. da Cunha Lima, Detection of memory loss of symmetry in the blockage of a turbulent flow within a duct, *Internat. J. Modern Phys. C* 28 (06) (2017) 1750079.
- [13] G. Zebende, DCCA cross-correlation coefficient: quantifying level of cross-correlation, *Physica A* 390 (4) (2011) 614–618.
- [14] C.-K. Peng, S.V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H.E. Stanley, A.L. Goldberger, Mosaic organization of DNA nucleotides, *Phys. Rev. E* 49 (1994) 1685–1689.
- [15] B. Podobnik, H.E. Stanley, Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary time series, *Phys. Rev. Lett.* 100 (2008) 1–4.
- [16] C.J. Greenhields, *OpenFOAM—the open source CFD toolbox user guide*, 2015.
- [17] H.K. Versteeg, W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*, Pearson Education, 2007.

## Conclusão

---

Esta pesquisa teve como objetivo principal estudar escoamentos internos turbulentos, encontrando ferramentas que relatem padrões de turbulência e vorticidade. Estudos sobre Dinâmica dos Fluidos e simulações computacionais através da computação de alto desempenho possibilitou encontrar soluções numéricas para as equações de Navier-Stokes em altos números de Reynolds, sendo estes os principais pontos para realização deste trabalho. A ideia central foi utilizar a matemática, a computação e a física para investigar e avaliar características da turbulência induzida por obstruções, bem como estabelecer parâmetros que possibilitem a continuidade de investigações futuras nestas áreas. As simulações foram realizadas com a biblioteca OpenFOAM, baseada em um canal com obstáculos com razão de bloqueio fixo. Seis modelos de simetria de obstruções foram testados para detectar até que ponto as informações sobre o efeito da quebra de simetria na turbulência do fluido são preservadas (memória). Na simulação, observou-se inicialmente que grandes estruturas formadas pelas obstruções refletem a geometria das obstruções. A jusante, à medida que o fluxo dinâmico dessas estruturas evolui, há uma região de transição para uma turbulência madura, que é alcançada longe o suficiente das obstruções. Sendo assim o processo atinge um regime estatisticamente estacionário (alcançada a ergodicidade) permitindo usar as médias de tempo em substituição de médias de ensemble.

A parte estatística de pós-processamento para determinar a preservação da memória foi realizada com o coeficiente correlação cruzada  $\rho_{DCCA}$  e através de códigos FORTRAN desenvolvidos para calcular os momentos das distribuições de velocidades. Antes então jogou-se necessário avaliar o coeficiente  $\rho_{DCCA}$  nas estruturas estudadas.

Para as simulações realizadas sem obstrução, os resultados do  $\rho_{DCCA}$  em escalas pequenas de tempo capturaram uma perfeita correlação cruzada dos campos de velocidade para cada par de pontos, permanecendo forte em pares de pontos no meio do canal, mesmo em grandes escalas de tempo, isto é esperado uma vez que o fluxo no canal do meio é mesmo fracamente perturbado pelas flutuações. Para grandes escalas de tempo, observamos comportamentos diferentes para pontos em diferentes eixos. Este fato indica uma escala de tempo para a configuração de flutuações nos campos de velocidade. As flutuações que ocorrem nos dois eixos próximos às paredes são mais fortes, neste caso observamos de maneira geral um decréscimo mais rápido do  $\rho_{DCCA}$  entre pontos nesses eixos e um ponto no eixo do meio mais próximo da entrada. Esta é uma condição necessária para garantir a continuidade quando o processo se torna estatisticamente estacionário (escalas grandes de tempo). Na presença de obstruções (simétricas e assimétricas), observamos que o  $\rho_{DCCA}$  apresentou baixa correlação cruzada, principalmente em pequenas escalas de tempo e sen-

sibilidade a quebra de simetria das obstruções em maiores escalas de tempo. A simulação numérica do fluxo turbulento forneceu séries temporais para cada componente do campo de velocidade em pontos no domínio. Tais séries foram exploradas pelo coeficiente  $\rho_{DCCA}$ , onde os resultados obtidos permitiram interpretações consistentes com a realidade em um modelo de validação, no qual um gerador de turbulência é incorporado na estrutura e no qual a simetria do gerador de turbulência é quebrada.

A análise da perda de memória da simetria das obstruções baseou-se nos três primeiros momentos da distribuição de velocidade ao longo dos três eixos definido no modelo. Os resultados mostram que a informação sobre a simetria é preservada por uma distância maior perto da parede do duto do que no meio do canal. Perto das paredes, a memória é mantida à distância 40 vezes a largura do duto, enquanto no meio do canal essa distância é reduzida quase pela metade. À medida que o fluxo avança a jusante, a dispersão da distribuição da velocidade diminui e a análise do comportamento ao longo dos três eixos confirma que a memória dura mais tempo perto das paredes. Os resultados relacionados ao terceiro momento, a assimetria da distribuição, não ajudam muito no estudo da preservação da memória, mas confirmam a ligeira tendência de serem positivos próximos às paredes e negativos no canal central nos fluxos turbulentos. A preservação da memória mostra uma sensibilidade ao número de Reynolds em regiões próximas às paredes do canal, embora no eixo central, bem como na região das grandes estruturas, não sejam particularmente sensíveis a essas variações de velocidade. A eficácia da aplicação do  $\rho_{DCCA}$  para estudar a turbulência interna em dutos parcialmente obstruídos mostrou-se robusta para analisar a quebra de simetria dos obstáculos. Nesse ponto de vista, a análise foi realizada de duas maneiras diferentes. Na primeira, dois pontos situados nos mesmos eixos para diferentes simetrias e na segunda, dois pontos equivalentes em duas simetrias de obstáculos diferentes. Os resultados apresentados pelo coeficiente  $\rho_{DCCA}$  estão em total concordância com as observações realizadas pelos cálculos dos momentos da distribuição de velocidade.

Do ponto de vista prático, estudou-se alternativas que contribuam para detecção do surgimento de obstruções em dutos, de modo a trazer contribuições para indústria, onde surge um dos principais problemas encontrados no transporte de fluidos através de dutos, que é a obstrução parcial e até total em toda linha de transporte. Acreditamos que duas observações são necessárias. Primeiro, o fato de que a memória da quebra de simetria é preservada por muito mais tempo perto das paredes é relevante para o propósito de detectar a formação de obstruções. De fato, os sensores podem ser conectados externamente às paredes do duto para detectar variações de pressão sendo respondidas por tensão radial. Uma mudança no padrão de deformação aponta para a formação de obstrução nas proximidades a montante. Em segundo lugar, os resultados apresentados indicam a importância de estruturas coerentes como mecanismo de transporte de informações para obstruções de tubulações. Um estudo detalhado nesta linha é necessário para entender melhor a memória no transporte e projetar uma metodologia para o diagnóstico de obstrução.

Como sugestão a trabalhos futuros surgem algumas ideias como: ampliação das simulações para estruturas tridimensionais aproximando-se de dutos reais; estudo do impacto na memória caso o escoamento a montante das obstruções já seja plenamente turbulento; estudar a possibilidade de estabelecer parâmetros genéricos e adimensionais que possam envolver, por exemplo, raios e comprimentos, velocidades e pressão, representativos da perda de memória em diferentes condições (escoamento hidraulicamente rugoso) e tipos de estruturas (2-D e 3-D); estudar a perda de memória com diferentes taxas de bloqueios e variações nas obstruções quanto a forma, tamanho e posição. Tais sugestões podem trazer grandes contribuições para a instrumentação na indústria de transporte de fluido, especialmente de hidrocarbonetos e derivados de petróleo.

---

## Referências Bibliográficas

---

- BAR-YAM, Y. *Dynamics of complex systems*. [S.l.]: Addison-Wesley Reading, MA, 1997.
- BROWN, G. L.; ROSHKO, A. On density effects and large structure in turbulent mixing layers. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 64, n. 4, p. 775–816, 1974.
- DACUNHALIMA, A.; DACUNHALIMA, I.; ALMEIDA, M. de. Analysis of turbulence power spectra and velocity correlations in a pipeline with obstructions. *International Journal of Modern Physics C*, World Scientific, v. 28, n. 02, p. 1750019, 2017.
- DUARTE, C. A. R.; SOUZA, F. Simulação de grandes escalas em um ciclone utilizando o método de lattice boltzmann. In: . [S.l.: s.n.], 2014.
- FERZIGER, J.; PERIC, M.; MORTON, K. Computational methods for fluid dynamics springer berlin. *Heidelberg, New York Google Scholar*, 1999.
- FILHO, A. M.; SILVA, M. D.; ZEBENDE, G. Autocorrelation and cross-correlation in time series of homicide and attempted homicide. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 400, p. 12–19, 2014.
- GOLDSTEIN, S. *Modern Developments in Fluid Dynamics*. [S.l.]: Oxford University Press: Dover, New York., 1938.
- GREENSHIELDS, C. J. Openfoam user guide. *OpenFOAM Foundation Ltd, version*, v. 3, n. 1, 2015.
- HIRSCH, C. *Numerical computation of internal and external flows: The fundamentals of computational fluid dynamics*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2007.
- HUSSAIN, A. F. Coherent structures and turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Cambridge University Press, v. 173, p. 303–356, 1986.
- KIM, W.-W.; MENON, S. A new dynamic one-equation subgrid-scale model for large eddy simulations. In: *33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. [S.l.: s.n.], 1995. p. 356.
- LILLY, D. K. A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, AIP, v. 4, n. 3, p. 633–635, 1992.
- LUMLEY, J. L. *Stochastic tools in turbulence*. [S.l.]: Courier Corporation, 2007.

- MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2017.
- MATHIEU, J.; SCOTT, J. *An introduction to turbulent flow*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000.
- MENTER, F.; KUNTZ, M. Adaptation of eddy-viscosity turbulence models to unsteady separated flow behind vehicles. In: *The aerodynamics of heavy vehicles: trucks, buses, and trains*. [S.l.]: Springer, 2004. p. 339–352.
- MODELAGEM, P. Correlação de longo alcance em indicadores de criminalidade de salvador-ba: Dfa e dcca. 2009.
- NEWMAN, M. E. Complex systems: A survey. *arXiv preprint arXiv:1112.1440*, 2011.
- PATIL, P. P.; TIWARI, S. Effect of blockage ratio on wake transition for flow past square cylinder. *Fluid Dynamics Research*, Elsevier, v. 40, n. 11, p. 753–778, 2008.
- PENG, C.-K. et al. Long-range correlations in nucleotide sequences. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 356, n. 6365, p. 168, 1992.
- PENG, C.-K. et al. On the mosaic organization of dna sequences. *Phys. Rev. E*, v. 49, p. 1685–1689, 1994.
- PODOBNIK, B. et al. Quantifying cross-correlations using local and global detrending approaches. *The European Physical Journal B*, Springer, v. 71, n. 2, p. 243, 2009.
- PODOBNIK, B.; JIANG, Z.-Q.; ZHOU, W.-X.; STANLEY, H. E. Statistical tests for power-law cross-correlated processes. *Physical Review E*, APS, v. 84, n. 6, p. 066118, 2011.
- PODOBNIK, B.; STANLEY, H. E. Detrended cross-correlation analysis: a new method for analyzing two nonstationary time series. *Physical review letters*, APS, v. 100, n. 8, p. 084102, 2008.
- PONTES, J.; MANGIAVACCHI, N. Fenômenos de transferência-com aplicaçoesas ciências físicas ea engenharia. *Apostila do Curso-UFRJ*, 2009.
- POPE, S. B. *Turbulent flows*. [S.l.]: IOP Publishing, 2001.
- REMPEL, E. L.; CHIAN, A.-L.; BRANDENBURG, A. Lagrangian coherent structures in nonlinear dynamos. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 735, n. 1, p. L9, 2011.
- REYNOLDS, O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Proceedings of the royal society of London*, The Royal Society, v. 35, n. 224-226, p. 84–99, 1883.

- REYNOLDS, O. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. *Proceedings of the Royal Society of London*, The Royal Society, v. 56, n. 336-339, p. 40–45, 1894.
- RIGOBELLO, A. L. G. et al. Potencial de incrustações carbonáticas no sistema de produção de petróleo. [sn], 2013.
- SANTOS, F. R.; COSTA, G. da S.; LIMA, A. da C.; ALMEIDA, M. de; LIMA, I. da C. Detection of memory loss of symmetry in the blockage of a turbulent flow within a duct. *International Journal of Modern Physics C*, World Scientific, p. 1750079, 2017.
- SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K.; KRAUSE, E.; OERTEL, H. J.; MAYES, C. Boundary layer theory springer. *Eighth Revised and Enlarged Edition*, 2000.
- SILVA, D. R. C. d. Utilização do detrended fluctuation analysis e do detrended cross-correlation analysis para estudo do espectro de correlação de ações constantes no ibovespa no período de crise do subprime. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2016.
- SILVA, M. F. da et al. Quantifying cross-correlation between ibovespa and brazilian blue-chips: The deca approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 424, p. 124–129, 2015.
- SILVESTRINI, J. Simulação numérica direta e de grandes escalas de escoamentos transicionais e turbulentos. *Coleção Cadernos de Turbulência. Associação Brasileira de Ciências Mecânicas–ABCM. Rio de Janeiro*, v. 2, p. 1–81, 2003.
- TRITTON, D. J. *Physical fluid dynamics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. [S.l.]: Pearson Education, 2007.
- WILCOX, D. C. et al. *Turbulence modeling for CFD*. [S.l.]: DCW industries La Canada, CA, 1998.
- YU, L.; RIGHETTO, A. Modelos de turbulência e aplicações a corpos de água naturais. *Métodos Numéricos em Recursos Hídricos. Coleção da ABRH–Associação Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 4, p. 1–122, 1999.
- YUPA, L. F. P. *Estudo Experimental da Deposição de Parafina em Escoamento Turbulento*. Tese (Doutorado) — PUC-Rio, 2010.
- ZEBENDE, G.; FILHO, A. M. Cross-correlation between time series of vehicles and passengers. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 388, n. 23, p. 4863–4866, 2009.

ZEBENDE, G.; PENNA, T. Long-range correlations in computer diskettes. *Physical Review E*, APS, v. 57, n. 3, p. 3311, 1998.

ZEBENDE, G. F. DCCA cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 390, n. 4, p. 614–618, 2011.



*Simulações numéricas em dutos obstruídos para análise da influência da turbulência em padrões de fluxo*

Fábio Rodrigues Santos

Salvador, Março de 2019.