



SENAI CIMATEC

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM
COMPUTACIONAL E TECNOLOGIA INDUSTRIAL
Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial

Dissertação de mestrado

**Análise da Autoafinidade do Comportamento de
Variabilidade Temporal da Estrela Pulsante
KIC10670103.**

Apresentada por: Basílio Fernandez Fernandez
Orientador: Gilney Figueira Zebende
Co-orientador: Marildo Geraldete Pereira

Novembro-2014

Basílio Fernandez Fernandez

**Análise da Autoafinidade do Comportamento de
Variabilidade Temporal da Estrela Pulsante
KIC10670103.**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial, Curso de Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial do SENAI CIMATEC, como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial**.

Área de conhecimento: Sistemas complexos

Orientador: Gilney Figueira Zebende
SENAI CIMATEC

Co-orientador: Marildo Geraldête Pereira
*UEFS - UNIVERSIDADE ESTADUAL DE FEIRA
DE SANTANA*

Salvador, BA
SENAI CIMATEC
29 de Novembro de 2014

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca da Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC

F363a Fernandez, Basílio Fernandez

Análise da autoafinidade do comportamento de variabilidade temporal da estrela pulsante KIC10670103 / Basílio Fernandez Fernandez. – Salvador, 2014.

89 f. : il. color.

Orientador: Prof. Dr. Gilney Figueira Zebende.
Coorientador: Prof. Dr. Marildo Geraldête Pereira.

Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial) – Programa de Pós-Graduação, Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC, Salvador, 2014.
Inclui referências.

1. Correlação de longa escala. 2. Estrelas variáveis. 3. Método DFA. I. Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC. II. Zebende, Gilney Figueira. III. Pereira, Marildo Geraldête. IV. Título.

CDD: 620.00113

Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC

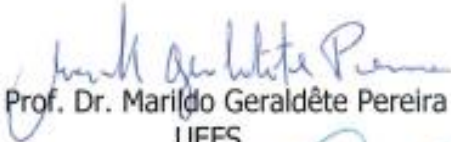
Mestrado Acadêmico em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial

A Banca Examinadora, constituída pelos professores abaixo listados, aprova a Defesa de Mestrado, intitulada "**Análise Temporal via DFA do Comportamento de Variabilidade da Estrela Pulsante KIC10670103**", apresentada no dia 29 de novembro de 2014, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial.

Orientador:


Prof. Dr. Gilney Figueira Zebende
SENAI CIMATEC

Coorientador:


Prof. Dr. Marildo Geraldete Pereira
UEFS

Membro Interno:


Prof. Dr. Marcelo Albano Moret Simões Gonçalves
SENAI CIMATEC

Membro Externo:


Prof. Dr. Luiz Paulo Luna de Oliveira
UNISINOS

Nota sobre o estilo do PPGMCTI

Esta dissertação de mestrado foi elaborada considerando as normas de estilo (i.e. estéticas e estruturais) propostas aprovadas pelo colegiado do Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial e estão disponíveis em formato eletrônico (*download* na Página Web http://ead.fieb.org.br/portal_faculdades/dissertacoes-e-teses-mcti.html ou solicitação via e-mail à secretaria do programa) e em formato impresso somente para consulta.

Ressalta-se que o formato proposto considera diversos itens das normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), entretanto opta-se, em alguns aspectos, seguir um estilo próprio elaborado e amadurecido pelos professores do programa de pós-graduação supracitado.

Dedico este trabalho a
Elizabeth, esposa, pela compreensão, paciência e amor,
Edmilson e Miguel, filhos queridos, por suas boas atitudes que sempre prevalecerão.

Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Gilney Figueira Zebende pela orientação e dedicação ao tema escolhido, e por ter acreditado na pesquisa.

Ao Prof. Dr. Marildo Geraldête Pereira pela co-orientação e oportunidade de fazer parte deste projeto de pesquisa.

Aos Professores Dr. Luiz Paulo Luna de Oliveira e Dr. Marcelo Albano Moret Simões Gonçalves pelas correções que possibilitaram melhorias para este trabalho.

Aos profissionais da Instituição do SENAI-CIMATEC que se tornam fundamentais na formação de um profissional.

Aos amigos (as), familiares, professores (as) e todos aqueles (as) que participaram na construção e realização deste tão desejado e realizado objetivo.

Salvador, Brasil
29 de novembro de 2014

Basílio Fernandez Fernandez

Resumo

A variação do brilho das estrelas é um objeto de estudo assíduo da Astronomia e Astrofísica por representar fonte rica de informação de inerentes comportamentos físicos dos astros. Lançado em 2009, o Satélite Kepler, com a principal missão em identificar trânsitos planetários equivalentes ao da Terra pelo Sol, também deu origem a milhares de curvas de luz de objetos de interesse. Uma destas séries fotométricas da estrela catalogada como KIC10670103, foi analisada via o Método DFA. O comportamento pulsante desta estrela revela auto-afinidade na série. Diferentes escalas de tempos foram obtidas para a fotometria desta estrela. As mudanças bastante evidentes de valores de expoente sugerem a ação de seus mecanismos físicos presentes. Com este estudo pôde-se observar períodos de sinal e a mudança de variabilidade da pulsação da estrela na transição entre cada um destes valores de leis de potência encontrados

Palavras Chaves: Correlação de longa escala, Estrelas Variáveis, Método DFA

Abstract

The variation of the brightness of the stars is an object of study, assiduous, astronomy and astrophysics for representing rich source of information inherent physical behavior. Launched in 2009, the Kepler satellite with the primary mission of identifying equivalent to the Earth by the Sun transits, also gave birth to thousands of light curves of targets of interest identified. One such series of photometric star, cataloged as KIC10670103 was analyzed via the DFA method. The behavior of this pulsating star reveals self-affinity in the series. Different time scales were obtained for photometry of this star. The very obvious changes in values of exponent suggest the action of its physical mechanisms present. With this study it was observed signal periods and the change of pulse variability of the star in the transition between each of these values of power laws found

Key words: Correlation of long range, Variable Stars, DFA Method

Sumário

1	Introdução	1
2	Estrelas e Missão Kepler	3
2.1	Estrelas	3
2.1.1	Estrelas Subanãs	5
2.1.2	Subanãs Quentes	5
2.1.3	Ramos Horizontal do Diagrama HR	6
2.1.4	Descrição da Estrela KIC10670103	6
2.2	Missão Kepler -NASA	8
2.2.1	Introdução	8
2.2.2	Objetivos da Missão Kepler	8
2.2.3	O fotômetro do Satélite Kepler	10
2.2.4	Construção das Séries Fotométricas	13
2.2.5	O Tempo no Kepler	15
2.2.6	Obtenção das Séries Fotométricas	16
2.2.7	Pipeline da Missão Kepler	16
2.2.8	Curva de Luz	18
2.2.9	Uso dos Dados	18
2.2.10	Tempo BJD	19
2.2.11	Obtenção dos Dados de KIC10670103	20
3	Análise de Séries Temporais, Fractal, FFT, Hurst e DFA	23
3.1	Séries temporais	23
3.1.1	Conceitos básicos	23
3.1.2	Uma classificação para Séries Temporais- ST	24
3.2	Fractalidade	26
3.2.1	Fractais, auto similaridade e auto afinidade	26
3.2.2	Estatística de Hurst	28
3.2.3	DFA-Detrended Fluctuation Analysis	33
3.3	Aplicação do DFA em Séries Simuladas e em um caso real	37
3.3.1	DFA em Série Aleatória	37
3.3.2	DFA em Série Senoidal	38
3.4	Fractal - Manchas Solares	38
3.5	Periodograma Lomb Scargle	39
4	Metodologia e Análise de Dados	42
4.1	Obtenção da Série Fotométrica	42
4.1.1	Conjuntos de Dados de Medição e Quartos de Medição - Q	43
4.1.2	Tempos sem Medição	44
4.2	Apresentação das Curvas de Luz de KIC10670103	45
4.3	Análise de Espectro de Potências Utilizando o Método de Lomb Scargle (LS)	45
4.4	Análise de Correlação de Longo Alcance DFA	47
4.5	Aplicação do DFA na Série Fotométrica KIC10670103	49
4.6	Análise DFA dos Conjuntos de Dados Individuais	50
4.7	Análise Utilizando o Diagrama de Fase	54

4.8	Análise DFA Para o Conjunto Total de Dados	56
4.9	Trabalhos existentes de outros autores sobre o assunto	57
5	Conclusão	62
5.1	Trabalhos Futuros	63
5.2	Agradecimentos e Publicação dos Dados	63
	Referências	65

Lista de Tabelas

2.1	Características físicas de KIC 10670103. Fonte: (REED, 2010) e (NASA,2014).	7
2.2	Valores de frequências obtidos por REED et al. para a estrela KIC10670103. ID referencia uma dada frequência, F é o valor da frequência em (μ Hz). P é o período em segundos. Amplitude é o valor da amplitude do sinal em mili modulações de amplitude, quanto maior o valor maior a potência daquela frequência no sinal da estrela. S/N é a relação de sinal e ruído encontrado para aquela frequência. Possíveis combinações e frequências diferenciadas são marcadas com C e D. O erro mínimo quadrático estão entre parênteses. Fonte: REED,2010.	7
2.3	Fluxo dos dados desde a medição em órbita do Satélite Kepler até à Internet.	13
2.4	Distribuição de pontos nos quartos de medição. Fonte: NASA Exoplanet Archive.	22
4.1	Síntese dos dados das 39 séries temporais fotométricas. Quarto é a referência de qual intervalo de tempo entre giros de 90 graus durante a missão os dados foram adquiridos. BJD inicio e final são o tempo em <i>Baricentric Julian Day</i> do intervalo da medição. N é o número de pontos na série temporal fotométrica no intervalo de tempo da medição.	46
4.2	Resultados obtidos via o método LS para os 39 Conjunto de Dados com o período médio de $\sim 2,01 \pm 0,010$ h. O Ranking significa a ordem de potência em que o período do sinal é mais forte, para cada conjunto de Conjunto de Dados. P é o período em horas. Dia é o dia em BJD que tem início a medição do conjunto de dados.	48
4.3	Coefficientes α determinados em cada conjunto de dados de curta cadência de Q2 a Q17.	52
4.4	Síntese dos resultados apresentados da Figura 4.10.	53
4.5	Síntese dos resultados apresentados da Tabela 4.3.	54
5.1	Comportamentos do Sistema segundo o valor do DFA obtido e suas escalas de tempo de crossover.	63

Lista de Figuras

2.1	Diagrama Hertzsprung-Russel (HR). Fonte: ESO	3
2.2	Mudança de região no diagrama HR de acordo com a evolução estelar. Fonte: www.prof2000.pt/users/angelof/af16/ts_sol/bigsol114.htm	4
2.3	Diagrama de Evolução Estelar. Fonte: http://astro.if.ufrgs.br	4
2.4	Diagrama HR mostrando a classificação espectral Yerker. Fonte: Wikipedia.org	5
2.5	Diagrama HR com apresentação das estrelas Subanãs no Ramo Horizontal Extremo em inglês EHB. Fonte: (Heber2010).	6
2.6	Estrela KIC10670103 ao centro da imagem. Fonte: SkyView	8
2.7	Estrutura do Fotômetro do Satélite Kepler. Fonte: Kepler Instrument Handbook.	10
2.8	Campo de visão do Satélite Kepler onde pode ser visto a disposição dos CCD s embarcados. Fonte: KOCH2010	11
2.9	Plano Focal da Matriz de 42 CCD. Fonte: kepler.nasa.gov/multimedia	11
2.10	Diagrama de Orbita Satélite Kepler. O intervalo da órbita entre os pontos de giro de 90 graus sobre seu proprio eixo é referenciado como Quarto de Medição. Durante cada quarto geralmente são realizados três descarga de dados de medições para a central de operações em Terra. Fonte: AMES Research Center, 2010.	12
2.11	Diagrama de fluxo dos dados desde a conversão do brilho das estrelas em e^-/s até a a disponibilização das series temporais fotométricas na internet.	13
2.12	Diagrama de bloco de um simples CCD, mostrando fisicamente o formato dos pixels e dois amplificadores de saída. Fonte: VANCLEAVE2009.	14
2.13	Pagina de entrada (home page) do NASA exoplanet Science Institute (NexSci) de donde se pode ter acesso aos arquivos de dados das séries fotométricas. Fonte: NexSci	15
2.14	Aberturas e Alvos. Em Cinza indica que o pixel é de interesse e é apresentada a definição do alvo em palavras de 4 bytes e o Índice de Padrões. O pixel em negrito é o pixel de origem do alvo. Fonte: VANCLEAVE2009.	16
2.15	Diagrama do Fluxo de Dados do Pipeline Científico no Centro de Operações da Missão Kepler.. Fonte: [Jenkins et al. 2010].	17
2.16	Diagrama mostra o fluxo dos dados do Pipeline da Missão Kepler. Parte das Operações são feitas no Centro Operacional da Missão (SOC) e posteriormente é encaminhado para o Mikulski Archive for Space Telescope (MAST) Fonte: MAST.	18
2.17	Interface para obtenção das curvas de luz de uma fonte a partir da entrada do seu numero de catalogo. Fonte: exoplanetarchive.ipac.caltech.edu	20
2.18	Gráfico traçado a partir da Serie temporal para a Fonte 10670103 disponível no Site da NexSci. Fonte: NexSci Plotting.	21
3.1	Número Médio Mensal de Manchas Solares, Jan/1749 a Mai/2014. Fonte: SunSpot (NASA).	24
3.2	Exemplo de Série Estacionária. Fonte: PEREIRA, 1984.	25
3.3	Exemplo de Série não estacionária quanto ao nível e inclinação. Fonte: PEREIRA1984.	25

3.4	Curva de Koch. Fonte: Wikipedia.	27
3.5	Árvore de Mandelbrot. Fonte: WolframMathWorld.	27
3.6	Análise de intervalo rescalonado - Estatística R/S verificado em alguns fenômenos naturais. Fonte: FEDER, 1988.	29
3.7	Descarga Anual do Lago Albert (linha tracejada), e acúmulo deixado no reservatório por descargas médias (linha cheia). Fonte: FEDER, 1988.	30
3.8	Modelo do reservatório de Hurst (1951) cálculo de $R(\tau)$. Fonte: FEDER1988.	31
3.9	R/S em função do intervalo τ (pontos preenchidos) para um lançamento de moedas, ao acaso. O comportamento assintótico Gaussiano $R/S = \sqrt{\frac{\pi\tau}{2}}$ é apresentado. (linha tracejada). Fonte: FEDER1988.	32
3.10	Para um sinal com tendência (vermelho) o desvio padrão tem valor maior que o sinal sem tendência (azul), apesar de ambos representarem sistemas decorrelacionados. Fonte: Hardstone 2012.	33
3.11	Sinal auto similar com tendência vermelho e sem tendência azul usado na figura C. Fonte: Hardstone 2012.	34
3.12	Flutuação média de um sinal de um ruído branco (círculo com cruz), mesma análise de sinal com uma tendência linear adicionada (cruz vermelha) e também a flutuação com a tendência removida (círculo vermelho). Fonte: Hardstone 2012.	34
3.13	Série integrada com a diferença acumulada em relação à média.	35
3.14	Série integrada dividida em intervalos de caixas de tamanhos iguais (mesmo número de pontos).	35
3.15	É calculado desvio padrão médio em relação a ordenada do ajuste.	36
3.16	Gráfico Log x Log com os valores de DFA obtidos e sua respectiva reta de ajuste.	37
3.17	Representação dos pontos de uma ST obtidos a partir de um gerador de números aleatórios e sua respectiva análise utilizando o DFA.	38
3.18	Representação dos pontos de uma ST gerada a partir de uma função seno e sua respectiva análise utilizando o DFA. O forma de onda senoidal foi contruída a partir de aproximadamente 400 pontos da séries gerada o equivalente ao expoente 2,6 na base 10.	39
3.19	Média Mensal do Número de Manchas Solares. Fonte: Adptado de Moret 2014	40
4.1	Interface para escolha da séries fotométrica a ser baixada.	43
4.2	Interface de solicitação das curva de luz disponíveis no NExSci para baixar.	44
4.3	Tempo sem medição ao longo da Missão do Satélite Kepler.	45
4.4	Curva de luz, curta cadência de KIC10670103, durante todo o período de Missão do Telescópio Kepler.	47
4.5	Seção da Curva de luz Total correspondente ao único Conjunto de Dados do Intervalo Q2, ou Quarto de Medição Q2 da estrela Catalogada como KIC10670103. Nesta série fotométrica os valores do brilho da estrela estão normalizados pela mediana. Há flutuações de brilho que sugerem uma pulsação, Há um pequeno intervalo de tempo quando não ocorre medição.	49
4.6	Curvas de Luz dos Quartos de Medição Q5 e Q6 de KIC10670103. Os intervalos sem medição corresponde ao tempo em que o Satélite Kepler realiza o download do Conjunto de Dados e operações de reposicionamento do fotômetro no FOV.	50
4.7	Espectro de potência Lomb-Scargle do Q02 de KIC10670103. O pico mais intenso representa o período de 2,01h.	51

4.8	Análise DFA do Q5, utilizando o programa de Peng 2011. As linhas em contínuo representam três ajustes utilizados para obtenção dos coeficientes angulares α de diferentes regimes de correlação. As coordenadas indicadas indicam os pontos de intersecção de regimes de variabilidade.	51
4.9	Valores α para os diferentes períodos de observação da Missão Kepler . . .	53
4.10	Análise DFA de todo o conjunto de dados.	53
4.11	Diagrama de Fase da Estrela KIC10670103 para o períodos de 2,01 - sinal de maior potência. A curva é um ajuste senoidal de período para $p = 2,01h$.	54
4.12	Resíduo resultante da subtração do ajuste senoidal ao diagrama de fase da estrela KIC10670103. Para efeito de melhor visualização foi feito uma suavização do sinal do resíduo.	55
4.13	Análise DFA do diagrama de fase residual de KIC10670103.	55
4.14	Curva luz correspondente ao Q1 de KIC9543660. Para efeito de melhor visualização realizamos uma suavização do sinal.	56
4.15	Análise DFA da Curva de Luz da Estrela KIC9543660.	56
4.16	A escala de tempo apresentada a curva de luz da estrela KIC10670103 correspondente a ($\alpha_1 = 0,7$), equivale ao dobro - 0,32h. A linha é uma suavização do sinal.	58
4.17	A escala de tempo apresentada a curva de luz da estrela KIC10670103 correspondente a ($\alpha_2 = 1,5$), equivale ao dobro - 2,21h. A linha é uma suavização do sinal.	59
4.18	A escala de tempo apresentada a curva de luz da estrela KIC10670103 correspondente a ($\alpha_3 = 0,1$), equivale ao dobro - 78,14h. A linha é uma suavização do sinal.	60
4.19	A escala de tempo apresentada a curva de luz da estrela KIC10670103 correspondente a ($\alpha_3 = 0,1$), equivale ao dobro - 78,14h. A linha é uma suavização do sinal.	61

Lista de Siglas

CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
PPGMCTI ..	Programa de Pós-graduação em Modelagem Computacional e Tecnologia Industrial
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NEXSCL ...	NASA Exoplanet Science Institute
MAST	Mikulski Archive for Space Telescope
WWW	World Wide Web
DFA	<i>Detrended Fluctuation Analysis</i>
DCCA	<i>Detrended Cross-Correlation Analysis</i>
<i>Pixel</i>	(sendo o plural <i>pixel's</i>) é o menor ponto que forma uma imagem digital
CCD	Charge Coupled device

Introdução

A variação do brilho de algumas estrelas serve de cronômetro para estabelecer o tempo do universo como as famosas Cefeídas [Rubble e Humason 1931]. As medições contínuas de luz desses objetos ao longo de observações constituem em séries temporais fotométricas. Essa é uma atividade assídua na astronomia e astrofísica. A obtenção destas séries e o uso de métodos que identifiquem os mecanismos inerentes à fonte de luz são focos de constantes pesquisas. Como exemplo, temos a variação do brilho de uma estrela que decorre da existência de um planeta orbitando a sua volta em trânsito planetário [Koch et al. 2010]. Ou então, uma mudança de brilho pode dizer algo sobre a ionização de átomos do grupo do ferro gerando opacidade em sua superfície [Jeffery 2005], caso das estrelas subanãs B (sdBV).

O satélite Kepler, lançado em 2009, pela NASA, tendo como objetivo de explorar a estrutura e a diversidade de sistemas planetários e de pesquisar equivalentes à nossa terra, próximos à zona habitável [Borucki et al. 2010], obteve milhares de séries fotométricas. Todavia, esta fotometria realizada para monitoramento de trânsitos planetários, principal foco da missão, também monitora o brilho de outros objetos como a estrela catalogada como KIC10670103, uma subanã pulsante de classe espectral B [Reed et al. 2010], cujos arquivos de dados ajudarão nos objetivos deste trabalho.

O satélite Kepler é equipado com um telescópio, classe Schmidt de 1 m de diâmetro, com um fotômetro composto por 42 CCDs (Charge Coupled Device), que correspondem a 95 megapixels (milhões de pontos de imagem) em seu plano focal. Isso corresponde a um campo de visão capaz de examinar aproximadamente 150.000 estrelas em busca de trânsitos planetários [Borucki e Summers 1984]. Os resultados das medições contínuas destas estrelas ao longo do tempo deram origem às suas séries fotométricas. Desse modo uma grande quantidade de dados é gerada ao longo do tempo de missão e que, apesar de grandes esforços em minimizar a ausência destas medições, tempos de missão sem medições ainda ocorrem.

A transformada de Fourier é uma ferramenta matemática geralmente usada para análise de períodos. Ela pode identificar quando a estrela esta variando o período de sua luminosidade. Otimizações deste instrumento matemático deram origem a outros métodos, como o Lomb Scargle, baseadas no espaço das frequências. Com estes métodos são possíveis de identificar períodos de pulsação. Apesar disso, sofrem influência, quer pela ausências do registro [Press e Rybicki 1989] [Scargle 1982], quer pelas grandes escalas de tempos de observações. Ambos, são fatos muito comuns verificados na Astronomia.

Pesquisas tem demonstrado que flutuações em séries temporais podem configurar existência de leis de potência e livres de escala [Moret 2014]. O presente trabalho busca investigar o comportamento da KIC10670103 subjacente à sua série fotométrica, utilizando-se do método de Análise de Flutuações sem Tendências (retiradas) [Peng et al. 1994] ou Detrended Fluctuation Analysis - DFA, do inglês, que tem se demonstrado uma ferramenta robusta para revelar comportamentos de lei de potência em séries temporais em diversas áreas das ciências. Com essa análise foi possível determinar os regimes de variabilidade da estrela KIC10670103 em transições de comportamento de regimes temporais para diferentes escalas de tempo. Tais resultados nos levam a inferir que pode existir uma auto-afinidade no sistema investigado.

Para o Objetivo deste projeto, a dissertação está organizada da seguinte forma, a contar com este Capítulo:

- **Capítulo 2 - Estrelas e Missão Kepler:** Fundamentação Teórica sobre estrelas e apresentação da Missão Kepler a partir de um estudo em Referências publicadas, por vários autores, no meio científico através de Manuais disponibilizados pela NASA, pesquisa em sites oficiais sobre a Missão Kepler, Livros e Artigos publicados;
- **Capítulo 3 - Análise de Séries Temporais, Fractal, FFT, Hurst e DFA:** Neste capítulo é apresentada uma revisão teórica sobre séries temporais, FFT, expoente de Hurst e DFA métodos aplicados, na modelagem do problema, dificuldades encontrados e soluções adotadas;
- **Capítulo 4 - Metodologia e Análise dos Dados:** Neste Capítulo serão apresentados as Análises e os resultados de cálculos obtidos depois do emprego do Método do DFA nas séries temporais fotométricas da estrelas KIC10670103 e estrelas testes;
- **Capítulo 5 - Conclusões e perspectivas futuras:** Apresentamos as conclusões, contribuições e algumas sugestões de atividades de pesquisa a serem desenvolvidas no futuro.

Estrelas e Missão Kepler

Neste capítulo, é realizado um estudo bibliográfico através de dados secundários. Com base em vários autores, objetivando fazer uma análise sobre o tema em questão.

2.1 Estrelas

As estrelas são corpos celestes compostos de gás muito quente que emitem radiação para o espaço. A temperatura em sua superfície determina a cor da estrela. A chama de um fogão de cozinha azulada corresponde a uma temperatura bem mais quente que a de uma chama deste mesmo fogão que apresente uma cor avermelhada. Havendo assim uma correspondência entre a cor e a temperatura lei física estabelecida por Wilhem Wien em 1898. Por outro lado, o brilho que irradia desta estrela é determinado pela quantidade de luz que ela irradia por segundo, através de toda sua superfície. Um diagrama construído de cor versus brilho das estrelas é apresentado na Figura -2.1 e denominado Diagrama Hertzsprung-Russel, ou Diagrama HR [Capelato 2013].

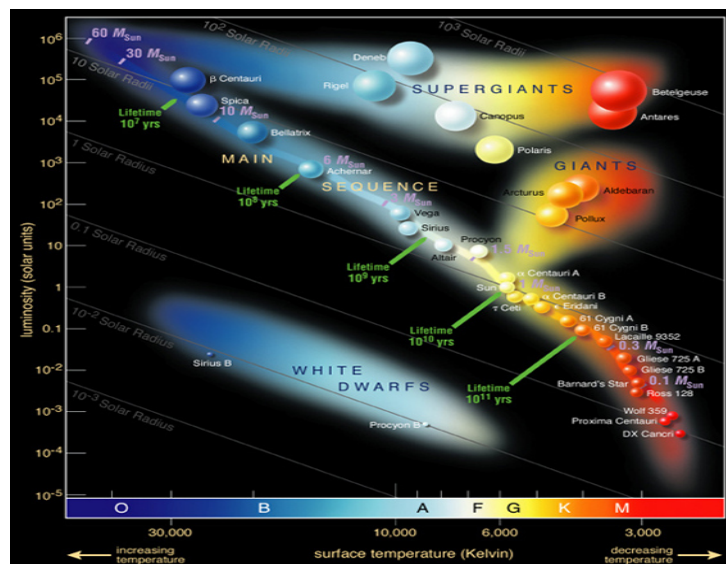


Figura 2.1: Diagrama Hertzsprung-Russel (HR). Fonte: ESO

No Diagrama HR pode ser visto a localização de diferentes tipos de estrelas de acordo com a sua classe espectral (faixas de temperatura). Estas características físicas inerentes aos seus estados evolutivos podem ser visto na Figura -2.3 e identificado no diagrama HR Figura -2.1. A Sequência Principal (SP) é o estágio inicial do nascimento das estrelas. Nesta

fase há a fusão nuclear do hidrogênio em hélio. À medida que as reações acontecem as estrelas passam por diferentes estágios em sua evolução podendo ocasionar uma mudança em sua localização neste mesmo diagrama Figura -2.2. Por exemplo, o Sol e estrelas que estão na Sequência Principal após a queima total de hidrogênio em seu interior passam ao estágio de gigantes vermelhas, aumentando o seu brilho e diminuindo a sua temperatura e função do aumento de seu raio. Esta expansão em seu tamanho proveniente do colapso do envelope de hélio formado pelo estágio de fusão anterior.

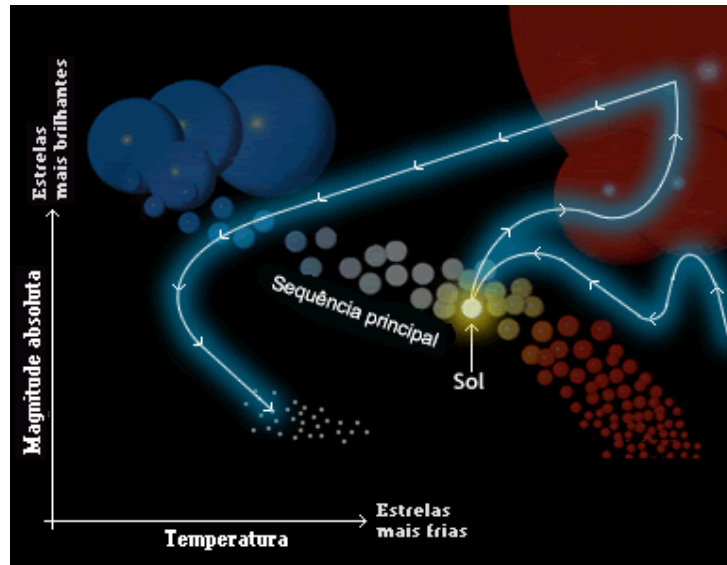


Figura 2.2: Mudança de região no diagrama HR de acordo com a evolução estelar. Fonte: www.prof2000.pt/users/angelof/af16/ts_sol/bigssol114.htm.

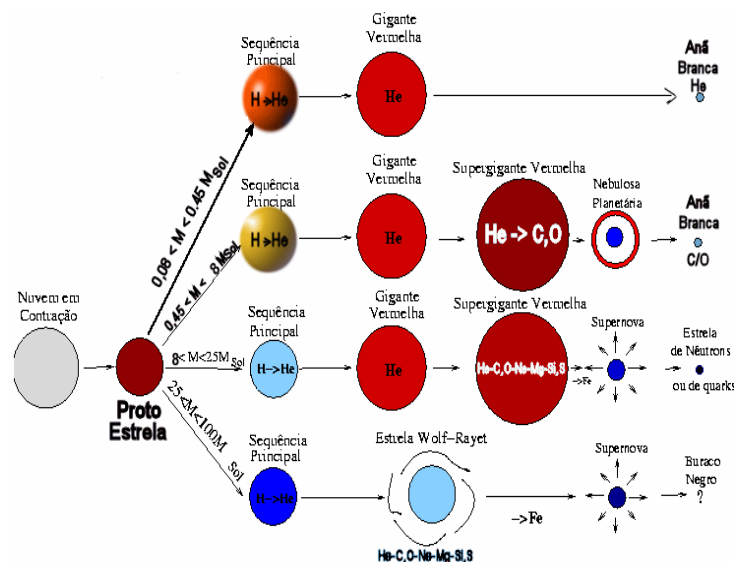


Figura 2.3: Diagrama de Evolução Estelar. Fonte: <http://astro.if.ufrgs.br>.

2.1.1 Estrelas Subanãs

As estrelas subanãs, também referenciadas como sd, possuem luminosidade de 1,5 a 2,0 magnitudes menores que as estrelas localizadas na Sequência Principal (SP), para a mesma classe espectral, ver Figura 2.4. No diagrama HR se apresentam abaixo da SP, tendo sua classificação segundo a base espectral de G a M e gravidade na superfície que é a Classificação Espectral Yerkes. Sua energia decorre da queima de hidrogênio, porém sua baixa luminosidade é em função da sua baixa metalicidade e seu reduzido raio. Estas estrelas são pobres em elementos mais pesados que o hélio. Elas também são conhecidas como subanã frias.

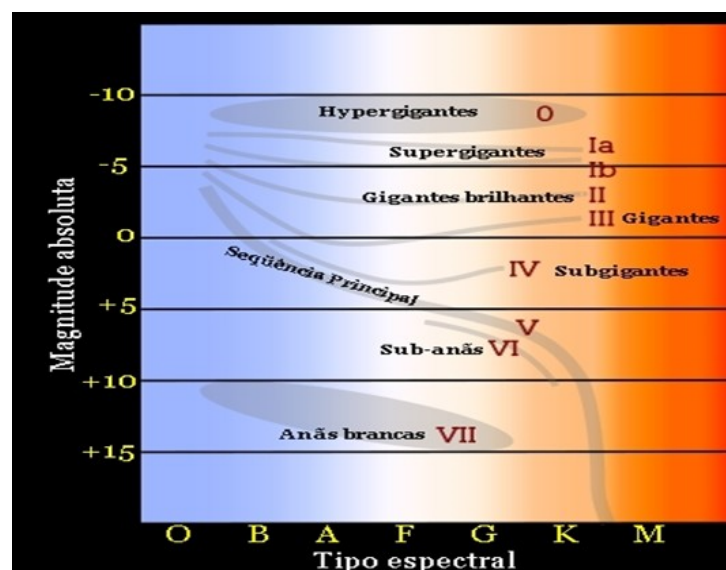


Figura 2.4: Diagrama HR mostrando a classificação espectral Yerker. Fonte: Wikipedia.org

2.1.2 Subanãs Quentes

As Subanãs de classe espectral B, do inglês, Subdwarfs B (sdB) são estrelas do ramo horizontal da com massas próximas de 0,5 Massas Solares, de classe espectral B. Com uma fina casca de hidrogênio menores que 0,1 Massas Solares e temperaturas superficiais entre 22 000 e 40 000 K [Heber et al. 1984], (SAFFER et al. 1994 apud [Reed et al. 2010]). Dentro deste grupo de estrelas que exibem uma pulsação em seu fluxo luminoso foram divididas em dois grupos: períodos de curta e longa de duração. Para os curtos períodos de pulsações, cuja designação oficial é V361 Hya, e também comumente designadas sdBV, com períodos típicos de 2 a 3 minutos mas que também podem se estender a 5 min com amplitude variando tipicamente próximas a 1% do seu brilho médio (REED, 2007). Para longos períodos descobertos em 2003 (GREEN et al. 2003) e referidas como V1093 Her, com períodos que vão de 45min a 2h e com amplitudes variando tipicamente entre 0,1% e 0,5% em seus brilhos médios [Reed et al. 2010].

2.1.3 Ramos Horizontal do Diagrama HR

O Ramo Horizontal no diagrama HR é a região onde se situam as estrelas cujos núcleos queimam He e são uma fase seguinte ao Ramo das Gigantes Vermelhas. Os modelos canônicos EHB sigla do inglês Extrem Horizontal Branch ou modelo do Ramos Horizontal Extremo (DORMAN, ROOD e O CONNELL, 1993 apud [Heber 2010]) são caracterizados por um núcleo cuja massa é de aproximadamente metade da massa do Sol com um fino envelope de H inerte. Estas estrelas possuem uma massa que gira em torno de 0,46 a 0,5 massas solares. A distribuição de estrelas ao longo do HB pode ser explicada por núcleo cuja massa é constante e de cerca metade de uma massa solar e um espalhamento do envelope constituindo sua massa total. Quanto mais fino o envelope, mais azul a estrela no HB acabando na seqüência teoricamente com a massa do envelope em zero. [Heber 2010] A Figura -2.5, apresenta a localização do EHB no Diagrama HR.

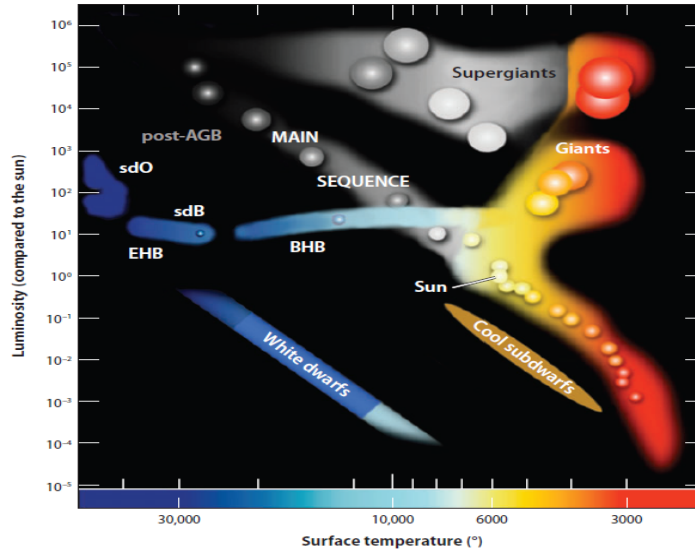


Figura 2.5: Diagrama HR com apresentação das estrelas Subanãs no Ramo Horizontal Extremo em inglês EHB. Fonte: (Heber2010).

2.1.4 Descrição da Estrela KIC10670103

A missão Kepler com o objetivo de detectar exoplanetas através de trânsitos planetários, utilizando a técnica de fotometria, possibilitou a observação de uma estrela denominada KIC 10670103, caracterizada como subanã, do tipo V1093 Her. Nesta classe, as estrelas possuem pulsações de longo período de duração. Esta em especial é identificada como sendo a mais fria (20 900K) e de período mais demorado (P. máx $\sim 4,5$ h) [Reed et al. 2010]. A Tabela 2.2 mostra uma sua descrição obtida no catalogo Kepler Input Catalog (KIC).

Tabela 2.1: Características físicas de KIC 10670103. Fonte: (REED, 2010) e (NASA,2014).

Discriminação	Valor
Ascensão Reta (J2000)	19h 34m 39,94s
Declinação (J2000)	47° 58m 11,75s
Massa	0,456 M do Sol
Temperatura	20 900 K
Tipo Espectral	B
Nº Frequências	28

Tabela 2.2: Valores de frequências obtidos por REED et al. para a estrela KIC10670103. ID referencia uma dada frequência, F é o valor da frequência em (μHz). P é o período em segundos. Amplitude é o valor da amplitude do sinal em mili modulações de amplitude, quanto maior o valor maior a potência daquela frequência no sinal da estrela. S/N é a relação de sinal e ruído encontrado para aquela frequência. Possíveis combinações e frequências diferenciadas são marcadas com C e D. O erro mínimo quadrático estão entre parênteses. Fonte: REED,2010.

ID	F(μHz)	P(s)	Amplitude(mma)	S/N σ
f1D	61,387 (-0,050)	16290,06 (-13,247)	0,246 (-0,051)	4,2
f2D	65,173 (-0,008)	15343,676 (-1,790)	1,614 (-0,051)	27
f3	72,571 (-0,031)	13779,639 (-5,790)	0,409 (-0,051)	6,9
f4	75,399 (-0,051)	13262,826 (-8,883)	0,251 (-0,052)	4,2
f5	76,807 (-0,030)	13019,718 (-5,072)	0,423 (-0,051)	7,1
f6	78,197 (-0,012)	12788,238 (-1,970)	1,063 (-0,051)	18
f7	81,445 (-0,030)	12278,23 (-4,476)	0,425 (-0,051)	7,2
f8	86,702 (-0,029)	11533,722 (-3,872)	0,426 (-0,051)	7,2
f9	88,368 (-0,048)	11316,349 (-6,162)	0,258 (-0,051)	4,4
f10	94,942 (-0,019)	10532,747 (-2,096)	0,661 (-0,051)	11
f11	97,361 (-0,042)	10271,031 (-4,400)	0,298 (-0,051)	5
f12	105,195 (-0,004)	9506,147 (-0,380)	2,984 (-0,051)	50
f13	107,924 (-0,035)	9265,798 (-3,012)	0,362 (-0,051)	6,1
f14	110,956 (-0,010)	9012,574 (-0,823)	1,255 (-0,051)	21
f15	114,171 (-0,019)	8758,812 (-1,433)	0,672 (-0,051)	11
f16	121,073 (-0,044)	8259,471 (-3,007)	0,247 (-0,045)	4,2
f17	128,838 (-0,016)	7761,695 (-0,973)	0,678 (-0,045)	11
f18	133,053 (-0,037)	7515,790 (-2,062)	0,300 (-0,045)	5,1
f19	138,099 (-0,002)	7241,182 (-0,130)	4,456 (-0,046)	75
f20	140,711 (-0,030)	7106,778 (-1,498)	0,375 (-0,046)	6,3
f21	142,938 (-0,003)	6996,041 (-0,133)	4,063 (-0,045)	69
f22C	154,211 (-0,022)	6484,639 (-0,925)	0,508 (-0,047)	8,6
f23C	164,421 (-0,030)	6081,943 (-1,092)	0,379 (-0,047)	6,4
f24C	182,038 (-0,019)	5493,347 (-0,575)	0,588 (-0,047)	9,9
f25C	186,807 (-0,007)	5353,106 (-0,192)	1,675 (-0,047)	28
f26C	191,993 (-0,026)	5208,532 (-0,701)	0,433 (-0,047)	7,3
f27C	197,565 (-0,022)	5061,637 (-0,563)	0,509 (-0,047)	8,6
f28C	203,248 (-0,013)	4920,108 (-0,314)	0,863 (-0,047)	15

Uma imagem desta estrela pode ser vista ao centro na -2.6. Obtida através do Centre de Données astronomiques de Strasbourg. E na tabela A Tabela 2.1 pode ser vista algumas das suas principais características físicas.

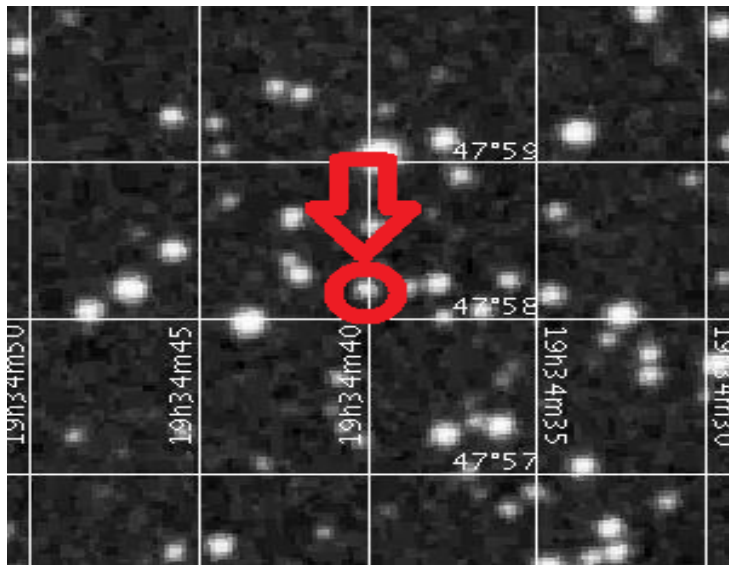


Figura 2.6: Estrela KIC10670103 ao centro da imagem. Fonte:SkyView

2.2 Missão Kepler -NASA

2.2.1 Introdução

Ainda que os objetivos deste trabalho sejam de analisar uma curva de luz empregando métodos de física estatística, uma visão sobre os objetivos da Missão Kepler é necessário: para dimensionar a dificuldade envolvida, tentar demonstrar os esforços tecnológicos postos em prática, para assim estabelecer relacionamentos com os resultados encontrados e contribuir para os futuros trabalhos que poderão ser apresentados.

2.2.2 Objetivos da Missão Kepler

Os objetivos científicos mais gerais são [Borucki et al. 2008]:

1. Determinar a frequência com que planetas terrestres e maiores se encontram dentro ou perto da zona habitável tomando uma grande variedade de tipos espectrais de estrelas (ver tópico de evolução estelar);

2. Determinar as distribuições dos tamanhos e semieixos maiores de orbitais destes planetas;
3. Estimar a frequência de planetas e a distribuição orbital dos planetas em sistemas multi estelares;
4. Determinar as distribuições de semieixo maior, albedo, tamanho, massa e densidade de planetas gigantes de período curto;
5. Identificar membros adicionais de cada sistema planetário descoberto por fotometria usando técnicas complementares;
6. Determinar as propriedades dessas estrelas que abrigam sistemas planetários.

Requisitos Estabelecidos

Proposto o Método de Trânsito (quando um planeta passa em frente a uma estrela e é possível identificar a redução em seu brilho), para detectar planetas análogos a Terra [[Borucki et al. 2008](#)]:

1. Precisão fotométrica: Um trânsito central de uma Terra-Sol análogo leva 13 h. Desse modo é exigível de se ter a capacidade de detectar variações de brilho em 84ppm (partes por milhão) em 6,5 h de trânsito. É que o que um trânsito análogo a Terra provoca no sol, em função da razão de suas áreas [[Koch et al. 2010](#)];
2. Tempo de vida da missão: Para confiar que a assinatura de trânsitos sejam realmente de planetas requerem-se pelo menos três trânsitos, todos consistentes quanto a período, mudança no brilho e duração [[Koch et al. 2010](#)];
3. Estimar a frequência de planetas e a distribuição orbital dos planetas em sistemas multi estelares;
4. Número de estrelas observadas: O Número de estrelas a serem observadas para um resultado estatístico confiável seriam de 100.000 estrelas do tamanho do sol com 5000 tendo magnitude menor ou igual a 12. Assumindo que cada estrela do tipo sol tem $R = 1,0 R_{\odot}$ planeta dentro ou próximo a zona habitável, a expectativa seria de 25 terras [[Koch et al. 2010](#)].
5. A chave para o sucesso da Missão está na estabilidade do desempenho dos equipamentos empregados. A partir de testes foram conseguidas uma estabilidade no apontamento melhor do que 0,003 segundos de arco/15min e uma estabilidade térmica melhor que 0,15K/dia para o plano focal da matriz de CCD [[Koch et al. 2010](#)].

2.2.3 O fotômetro do Satélite Kepler

O Kepler não observar diretamente a imagem de um planeta. Pelo contrário, observa o efeito que o planeta tem em sua estrela mãe. Se a órbita do planeta está alinhada ao longo da linha de visão do Kepler para a estrela, ele irá bloquear uma pequenina quantidade de luz que vem da estrela até telescópio Kepler. O fotômetro instalado no telescópio do Satélite Kepler Figura -2.7 recebe a luz de muitas estrelas de uma só vez alinhadas com o seu campo de visão Figura -2.8. Ele usa os 42 CCDs Figura -2.9, dispositivos de carga acoplada, detectores semelhantes aos de câmeras digitais comerciais, porém de um tamanho muito maior, totalizando 95 mega-pixels. Com a CCDs o Kepler é capaz de observar mais de 100.000 estrelas de uma só vez e medir o seu brilho com uma precisão melhor do que 1 parte em 100.000, ou dez partes por milhão. Isto é equivale a olhar para o Rose Bowl de um dirigível que o sobre voa e detectar todas as vezes que apenas uma pessoa anda para dentro ou fora do estádio [?].

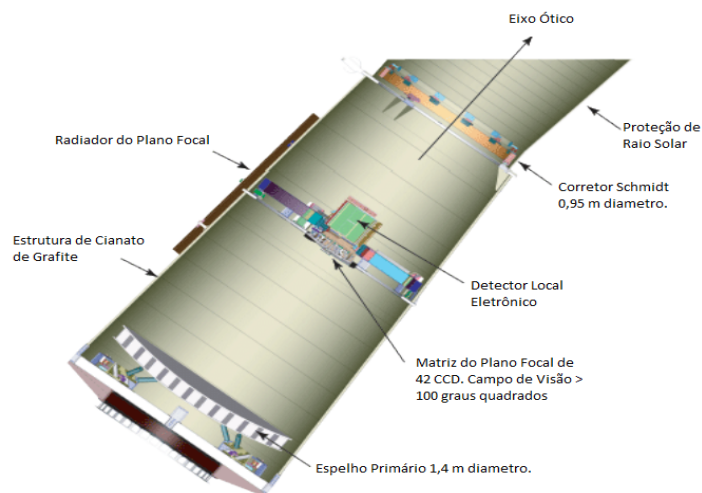


Figura 2.7: Estrutura do Fotômetro do Satélite Kepler. Fonte: Kepler Instrument Handbook.

O satélite Kepler foi lançado em 07 de março de 2009, a bordo do Foguete Delta II 7925-10L às 7 h (UTC), desde o Cabo Canaveral, com órbita heliocêntrica a 55° da linha da eclíptica na Terra, cuja duração é de 372,5 dias [Haas et al. 2010] como visto na Figura -2.10, alcançando até o final da missão uma distância da terra de 0,5 UA da Terra (AMES, 2014). O Centro do campo de visão para onde o telescópio está direcionado é $13,5$ para baixo do plano galáctico. Entre as Constelações do Cisne e Lyra com a ascensão reta = $19^h22^m40^s$ e declinação = $44\ 30\ 00$. Em uma região onde as estrelas são análogas as nossas vizinhanças do Sistema Solar [Koch et al. 2010]. Em julho de 2012 a espaçonave equipada com o telescópio sofre uma pane em um dos seus quatro giroscópios, sendo três necessários para o correto apontamento. Em novembro de 2013 a missão cumpre com seus principais objetivos porém ganha tempo extra em função das disponibilidades de

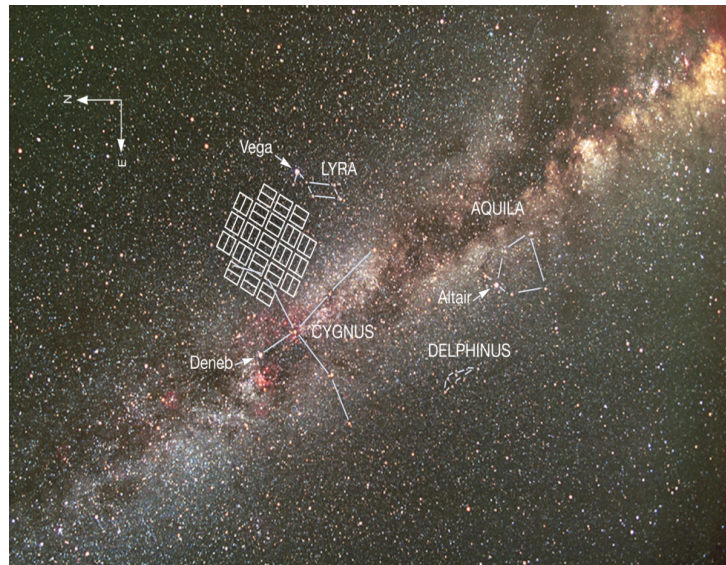


Figura 2.8: Campo de visão do Satélite Kepler onde pode ser visto a disposição dos CCD s embarcados. Fonte: KOCH2010

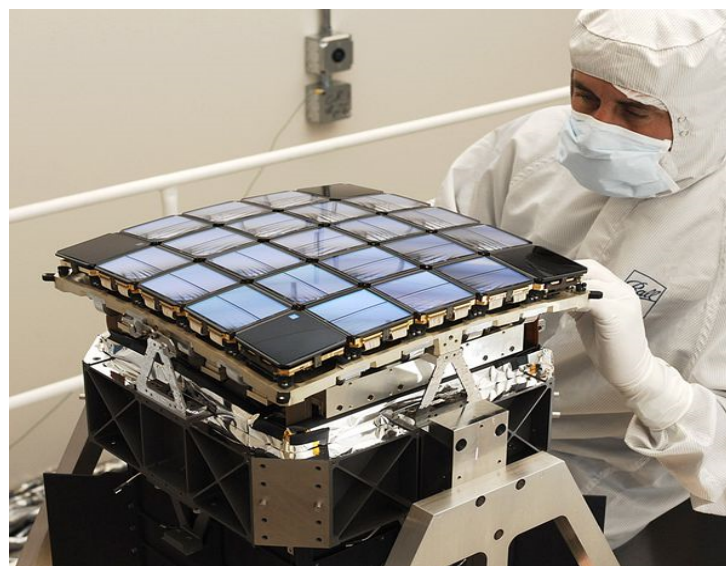


Figura 2.9: Plano Focal da Matriz de 42 CCD. Fonte: kepler.nasa.gov/multimedia.

equipamentos e recursos para o prolongamento da missão. Em maio de 2013 mais um giroscópio tem problemas e 15 de agosto de 2013 a NASA anuncia o fim das tentativas em recuperar as funções dos giroscópios pedidas [Howell et al. 2014]. Uma nova missão para o equipamento em órbita está programada chamada desta vez de K2 com previsão para início em 01/06/2014 com uma duração de mais 2 anos, agora apontando para outro local e utilizando os dois giroscópios restantes [Howell et al. 2014].

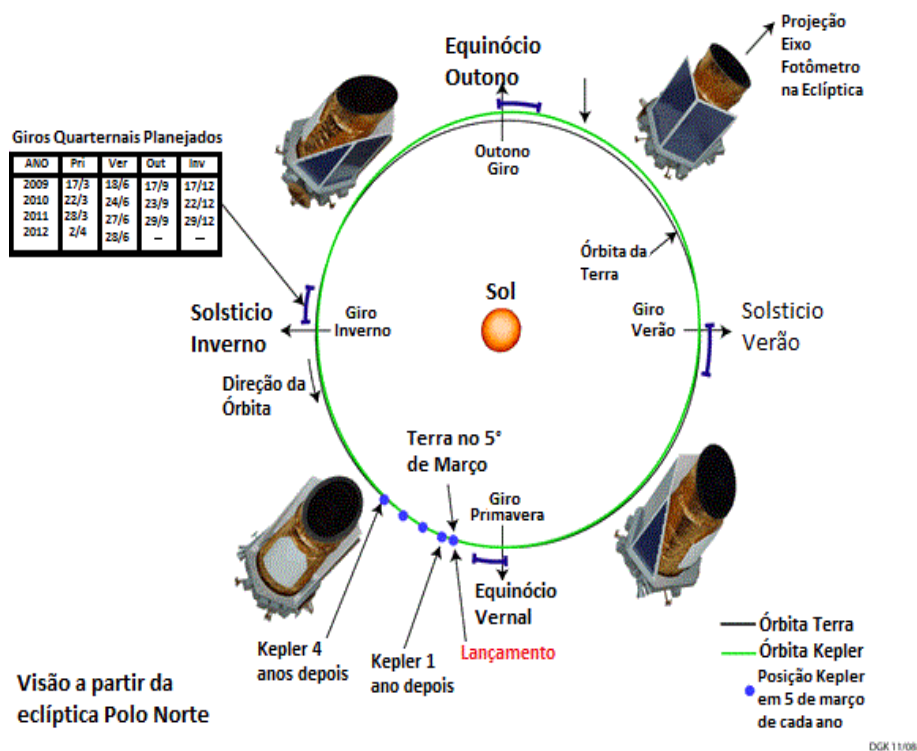


Figura 2.10: Diagrama de Órbita Satélite Kepler. O intervalo da órbita entre os pontos de giro de 90 graus sobre seu próprio eixo é referenciado como Quarto de Medição. Durante cada quarto geralmente são realizadas três descargas de dados de medições para a central de operações em Terra. Fonte: AMES Research Center, 2010.

A cada 93 dias foram previsto uma rotação de 90 grau em torno de seu eixo para que os raios do sol não incidam sobre o seu fotômetro. A cada 3 dias uma ou mais rodas de reação entram em ação para absorver o impulso angular devidos ao torque da radiação solar sobre a nave espacial. Sete propulsores de hidrazina são disparados para absorver o excesso de momento e um ajuste fino na posição, o que decorre em poucos minutos, esta operação é chamada de *desaturate* ou simplesmente *desat* [Haas et al. 2010]. Kepler pode observar simultaneamente até 170.000 alvos em sua longa cadencia (LC) em intervalos de amostra de 29,4 minutos. E até 512 alvos em intervalos que duram 58,8 s. Que veremos em detalhes a seguir [Haas et al. 2010]. Uma vez ao dia é armazenado em separadamente os pixels de referência (PR). Estes RP fazem parte de dados da engenharia que são enviados via a Banda X (8-12 Ghz) para monitoramento da nave espacial [Haas et al. 2010]. Esta atividade não perturba a aquisição de dados já que a antena é omnidirecional. Diferentemente, da transferência dos dados coletados e armazenados

nos gravadores de estado sólido (GES) que mensalmente são enviados, interrompendo a aquisição, para que a antena direcional em Banda Ka (26,5-50GHz) seja apontada para a Central de Gerenciamento de Dados (CGD) e Central de Operações Científicas (COP) em Terra [Cleve 2009]. A Figura 2.11 Ilustra o caminho percorrido pelos dados.

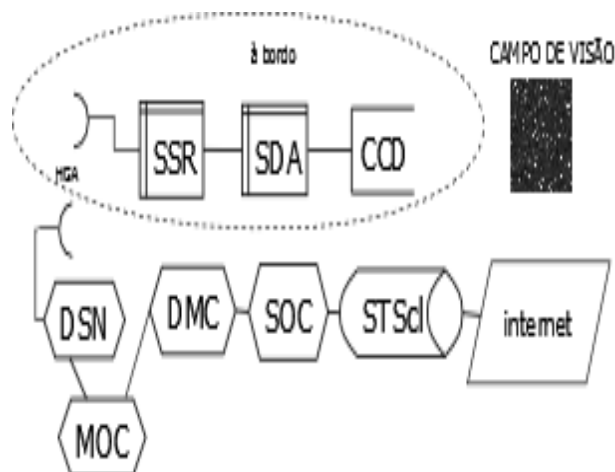


Figura 2.11: Diagrama de fluxo dos dados desde a conversão do brilho das estrelas em e^-/s até o a disponibilização das series temporais fotométricas na internet.

Tabela 2.3: Fluxo dos dados desde a medição em órbita do Satélite Kepler até à Internet.

	Legenda
CCD	Charge Coupled device (dispositivo de carga acoplada)
SAD	Science Data Accumulators (Acumuladores de Dados Científicos)
SSR	Solid State Recorder (Gravadores de Estado Sólido)
HGA	Hi Gain Antenna (Antena de Alto Ganho)
DSN	Deep Space Network (Rede de Espaço Profundo)Jet Propulsion Lab.
MOC	Mission Operation Center (Centro de Operações de Missões)
DMC	Data Management Center (Centro de Gerenciamento de Dados), STScI
SOC	Science Operation Center Central de Operações Missão Kepler
STScI	Space Telescope Science Institute, Baltimore, MD, EUA

2.2.4 Construção das Séries Fotométricas

Cada um dos 42 CCD possuem 2 200 colunas x 1 044 linhas de pixels (ver Figura -2.12. Desta matriz existem 20 linhas encostadas aos amplificadores de saídas (existem dois por CCD), por onde é realizada a leitura da matriz fotossensível que então fica então com o tamanho de 2 200 colunas x 1 024 linhas.

Existem 21 módulos de CCD. Cada CCD é lido, de modo independente, em um tempo fixo de 0,520 s e possui 2 amplificadores de leitura que fazem a leitura simultaneamente, embora todo o plano focal (96 megapixels) seja lido em cinco fatias de tempo. O tempo

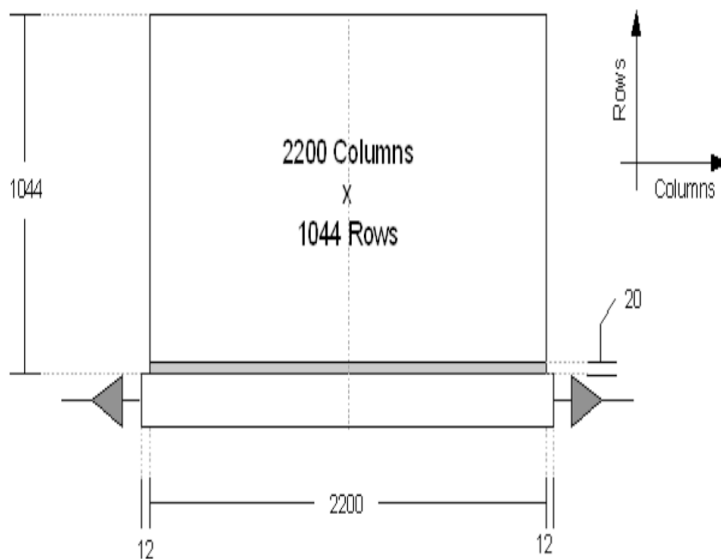


Figura 2.12: Diagrama de bloco de um simples CCD, mostrando fisicamente o formato dos pixels e dois amplificadores de saída. Fonte: VANCLEAVE2009.

de exposição do plano focal corresponde a 6,02 s para iniciar a leitura. O que corresponde a um tempo total de cada integração ou também chamado de frame: tempo de integração = exposição + tempo de leitura = 6,54s. Este tempo de operação é fixo e projetado para funcionar durante toda a operação do Kepler sem nunca cobrir os CCD [Cleve 2009]. Assim, de um modo simples, a missão Kepler se destina a “olhar” todo o tempo da missão para um mesmo local sempre, com uma precisão de 0,009 segundos de arco, 3s, sem piscar os “olhos” durante todo o tempo.

Após as escolhas dos seus alvos de investigação. Operação realizada durante o tempo de comissionamento também referenciado como Q0. O Telescópio irá realizar suas medições em dois tipos de cadencias. A Curta Cadência (CC) que corresponderá nove tempos de integração ou 58,84s, para até 512 alvos previamente designados. E Longa Cadência (LC) que corresponde a 30 períodos de CC. Na LC os alvos incluem todos os escolhidos na CC além de possuírem outros alvos. As tabelas de alvos estão limitadas com 43 520 pixels representando os até 512 alvos para a CC e 5,44 milhões de Pixel para a LC [Cleve 2009].

A cada 93 dias o telescópio realiza um giro sobre o seu eixo correspondendo ao Quarto. E durante este período as leituras dos CCD serão agrupadas em tempos de medição que somente sofrerão interrupção, a cada 30 dias aproximadamente, para realização da operação de transferência dos dados para o Centro de Operação da Missão Kepler. Existe capacidade instalada à bordo para até dois meses de leitura caso seja necessário armazenar. O primeiro Quarto é referenciado com Q0 e servirá para o levantamento dos alvos para medição e ajustes de cada região de pixel para realizar a medição [Haas et al. 2010].

O NASA Exoplanet Science Institute -NexSci, disponibiliza no endereço da a internet Fi-

gura -2.13): <http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/index.html> os períodos de medição Q2 (um intervalo), de Q5 a Q16 (três intervalos para cada quarto) e Q17 (com dois intervalos) para a fonte em estudo KIC10670103.



Figura 2.13: Pagina de entrada (home page) do NASA exoplanet Science Institute (NexSci) de donde se pode ter acesso aos arquivos de dados das séries fotométricas. Fonte: NexSci

2.2.5 O Tempo no Kepler

O tempo das medições realizadas pelo telescópio Kepler são referenciados em Dia Juliano Baricentro (Baricentric Julian Day, ou, BJD) (SPACE TELESCOPE INSTITUTE, 2012). A precisão de tempo em eventos astrofísicos é uma das principais ferramentas necessárias para o estudo da astronomia, e a tecnologia empregada vem melhorando agregando cada vez mais qualidade e quantidade nas observações realizadas, porém aliado à medição é necessário uma adoção de um bom padrão de tempo que faça uma referência adequada ao evento que está sendo cronometrado [Eastman, Siverd e Gaudi 2010].

Para cada medição de Luminosidade registrada, ainda a bordo, um código VTC (Vehicle Time Code que é gerado a cada 4ms) é produzido, após a leitura do último pixel do último quadro, da última fatia de tempo de cada medição (Space Telescope Science Institute, 2012). Já em terra, após a transferência de informações pela DSN (Deep Space Network). O tempo das medições em VTC é convertido para UTC (Universe Time Cordinated), corrigindo os segundos bissextos e desvios no relógio da espaçonave, através da telemetria. Em seguida, UTC é convertido para TDB e finalmente para BJD corrigindo os movimentos realizados pela sonda espacial em torno do centro de massa do Sistema Solar (Space Telescope Science Institute, 2012).

2.2.6 Obtenção das Séries Fotométricas

Após realizada a fase de seleção dos alvos, durante o Q0, prevista no planejamento da Missão Kepler, quando é atribuído os pixels responsáveis para realizar as medições de cada alvo de interesse. Operação designada como: abertura, no plano focal para cada alvo específico. Tabelas de Definição de Abertura Fotométrica (TDAF) são usadas para especificar os Pixels de Interesse (PI) para cada Fonte ou Alvo. Existem a TDAF para os alvos da Longa Cadência e outra para TDAF para a Curta Cadência. Cada pixel é identificado por quatro números módulo, saída, linha e coluna (MSLC) ver Figura -2.14. As integrações ou frames não realizam imageamento do campo de visão. Há uma medição do fluxo de luz que incide para cada abertura pré-determinada.

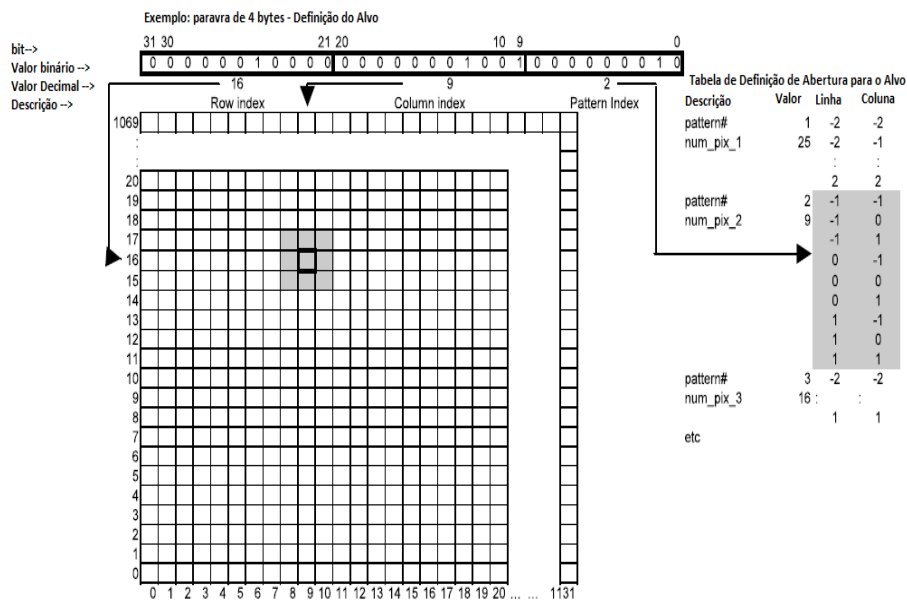


Figura 2.14: Aberturas e Alvos. Em Cinza indica que o pixel é de interesse e é apresentada a definição do alvo em palavras de 4 bytes e o Índice de Padrões. O pixel em negrito é o pixel de origem do alvo. Fonte: VANCLEVE2009.

2.2.7 Pipeline da Missão Kepler

O Pipeline é uma técnica em dividir o processamento de dados em vários estágios para agilizar cálculos especializados em paralelo de acordo com um tipo de operação que se presente em ser processada. Esta técnica inicialmente empregada pelo processador 486 [E. 2014]. Dados brutos do fotômetro são encaminhados ao Pipeline Científico do Kepler, no Centro de Operações Científicas da Missão Kepler. Ele é dividido em vários compo-

nentes a fim de permitir uma gestão eficiente e processamento paralelo dos dados, como mostrado na Figura 2.15. Em seguida os pixels do fotômetro são calibrados pelo módulo (CAL) para produzir alvos calibrados em relação ao fundo do pixel céu e incertezas associadas. Os pixels são calibrados e processados pela análise fotométrica (AF) para ajustar e remover o fundo de céu e obter a fotometria de abertura em segundo plano corrigida. AF também mede os centroides de cada estrela em cada quadro. O passo final para produzir curvas de luz acontece na Pré-Busca Condicionada (PBC), onde as assinaturas nas curvas de luz correlacionadas com fontes de erros sistemáticas como: movimentos no apontamento, mudanças de foco, e transientes térmicos são removidos [Jenkins et al. 2010].

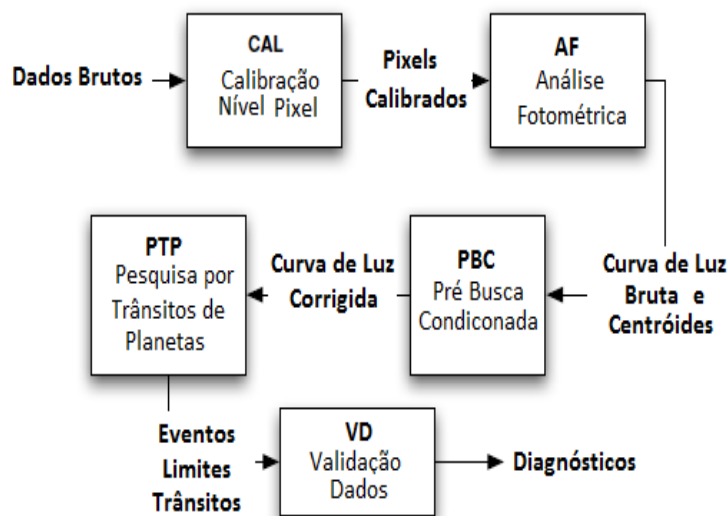


Figura 2.15: Diagrama do Fluxo de Dados do Pipeline Científico no Centro de Operações da Missão Kepler.. Fonte: [Jenkins et al. 2010].

Os resultados de dados de saída do Pipeline Científico da Missão Kepler são:

1. Pixels Brutos;
2. Pixels Calibrados;
3. Séries temporais de fluxo de luz brutas;
4. Séries temporais de fluxo de luz brutas corrigidas de erros [objeto de estudo];
5. Centroides;
6. Incertezas associadas para cada estrela alvo.

Uma série temporal fotométrica de uma estrela catalogada no Kepler como KIC10670103 já corrigidas dos erros, referenciada como item 4 acima) é o objeto de estudo com este trabalho. Disponível na internet do NexSci e referenciado como PDCSAP_FLUX (ver Figura 2.16).

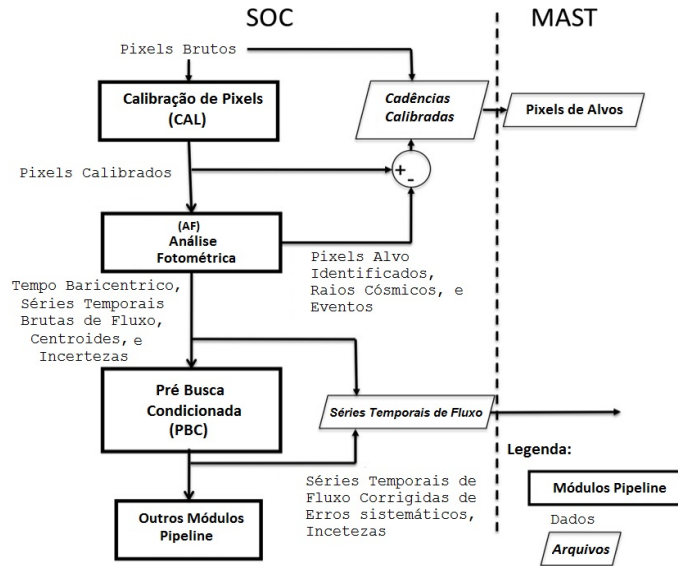


Figura 2.16: Diagrama mostra o fluxo dos dados do Pipeline da Missão Kepler. Parte das Operações são feitas no Centro Operacional da Missão (SOC) e posteriormente é encaminhado para o Mikulski Archive for Space Telescope (MAST) Fonte: MAST.

2.2.8 Curva de Luz

A curva de luz é uma série temporal fotométrica. A partir da integração de um tempo, durante o qual uma a quantidade de fótons incidentes no CCD é medido. A medida da intensidade do fluxo luminoso é em elétrons por segundo (e^-/s). No satélite Kepler, o tempo de Integração para a Cadência Longa (CL) e Cadência Curta (CC) são o mesmo, ou seja, 6,02 s seguidos de 0,52 s, assim em sucessivas integrações os valores de cada integração são somadas a memória. Não existe nenhuma diferença para saturações ocorridas a 58,84876 s (CC) e a 29,4222 min (LC). Dentro do tempo de 58,84876 s para a CC são gastos 58.18 s coletando fótons enquanto que o restante do tempo são nove atividades de leitura dos pixels o que gera borrões na coluna de pixels já que o telescópio não fecha o campo de visão em nenhum momento (no shutter). Isto é removido [Jenkins et al. 2010] na etapa de calibração no pipeline. Por exemplo, no quarto um, ou Q1, da missão Kepler, 138 de 49 170 cadências ($< 0,3\%$) foram rejeitadas. A Figura xx, mostra o diagrama do Fluxo de Dados Brutos até Série Temporal Fotométrica sem erros sistemáticos que são utilizados neste trabalho ou também denominados como, simplesmente, curva de luz.

2.2.9 Uso dos Dados

O uso e transferência dos dados são expressos em documento oficial chamado de Kepler Archive Manual ou Manual dos Arquivos Kepler. Nele é informado que não é necessário o registro para realizar a transferência de dados em arquivo a partir dos arquivos e dados

publicados na internet. Somente é necessário o registro para receber dados referenciados como proprietários. Este podem ser recebidos via e-mail, após consulta prévia. Porém o mesmo documento trata da Publicação e agradecimentos que o faremos em português e em conforme foi solicitado. Dúvidas e sugestões quanto ao uso dos dados podem ser encaminhados para archive@stsci.edu ou pelo telefone (00)(XY)(1)(410) 338-4547, onde XY é o prefixo da operadora [[Thompson e Fraquelli 2012](#)].

2.2.10 Tempo BJD

A cronometragem do tempo de eventos astrofísicos é uma ferramenta fundamental para a astronomia, e um essencial componente para qualquer área de estudo. Existem duas fontes de incertezas na cronometragem. A caracterização do evento astrofísico e o padrão de tempo com que o evento é referenciado [[Eastman, Siverd e Gaudi 2010](#)].

Tempo Universal (UT1) é baseada no comprimento do dia solar médio (o tempo médio que leva para o Sol para chegar ao mesmo lugar que era no dia anterior). Isso é aproximadamente 24 horas, mas ele acelera e desacelera variando a taxa da rotação Terra. Geralmente, a taxa de rotação da Terra está atenuando devido à força de maré da Lua, e os dias estão ficando mais longos (a cada ano é, cerca de, 1 segundo mais do que era no ano de 1900) [[Eastman 2014](#)].

Tempo Universal Coordenado (UTC) é fundamentalmente baseado em relógios atômicos, mas não é permitida a diferença de UTC por mais de 0,9 segundo. Quando a diferença fica grande, é adicionado um segundo para UTC. Portanto, a UTC é descontínua e desvia em relação ao "uniforme" tempo atômico. UTC é o padrão internacional para tempos de antena, e assim as maiorias dos relógios estão em UTC (fusos horários modulo e horário de verão) [[Eastman, Siverd e Gaudi 2010](#)].

O Tempo Baricêntrico Dinâmico (TDB) leva em conta a relatividade - o fato de que os relógios não marcam uniformemente. À medida que a Terra se move, os nossos relógios atômicos sofrem interferências no tempo. Já o TDB é um uniforme. É como se medido na Terra, se não estivesse se movendo em torno do Sol ou sendo puxado pela Lua e outros corpos celestes [[Eastman, Siverd e Gaudi 2010](#)].

Desse modo a imprecisão provocada pelos movimentos relativos de Sol, Satélite Kepler, Terra, Lua e todos os outros corpos que estão no sistema solar, não são o objeto de estudo neste trabalho. O tempo referenciado nas series temporais BJD (Baricentric Julian Day) Dia Juliano Baricentrico será tomado de forma absoluta com sendo um dia = 86 400s e de uma forma continua para todos os quartos de medições. Embora o padrão de tempo referenciado nos arquivos transferidos com as curva de luz das cadencias de

medição referem ao BJD ou Baricentric Julian Date. A precisão e exatidão do tempo considerada e atribuído a um evento observado pelo Kepler que estão limitados pela a precisão intrínseca e precisão do hardware, a prontidão e a reprodutibilidade do processo de estampagem (padrão) do tempo pelo software de voo, e pela SNR (sinal ruído) do alvo. A precisão do Sistema de voo incluem contribuições tanto de hardware e software. Este tempo absoluto é de ± 50 ms, e vai desde o início até fim de cada cadência. Este requisito foi desenvolvido para que conhecimento de tempos de evento esteja limitada por estas características, ao invés das características do sistema de vôo [Cleve 2009].

2.2.11 Obtenção dos Dados de KIC10670103

As séries fotométricas em análise neste trabalho vem da estrela KIC010670103. Esta estrela é do tipo sdBV. Nesta classe, esta estrela se apresenta como sendo a mais fria (20900K) detectada até a presente data, e que apresenta os períodos mais longos identificados, chegando a alcançar durações próximas a 4,5 h [Reed et al. 2010]. Períodos como estes são muitos difíceis de serem detectados desde a Terra em função das interrupção de ciclo diários. KIC010670103 corresponde a V1093 Her pulsante mais rica com 28 frequências até a data presente, conforme 2.4. O procedimento utilizado para a obtenção dos dados das series temporais das medidas de fluxo da estrela remonta ao endereço http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/applications/ETSS/Kepler_index.html, no qual são apresentados os campos de parâmetros de pesquisa Figura -2.17. No caso específico de KIC10670103, a entrada é simplesmente seu número de catálogo.

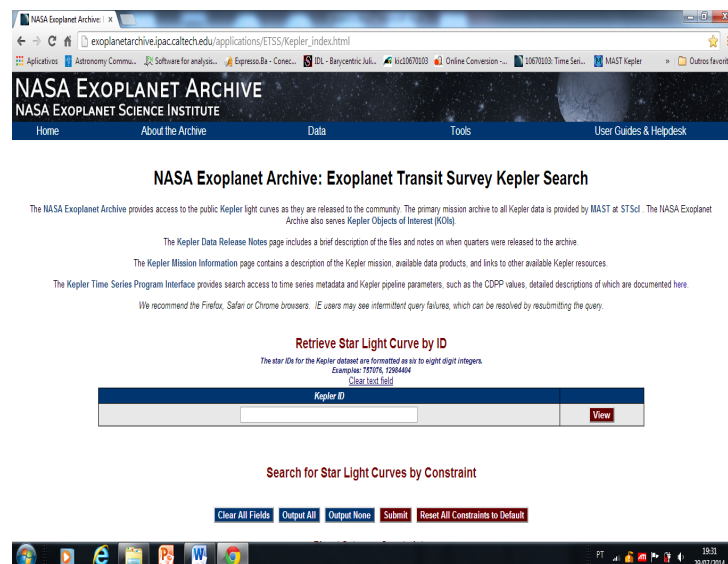


Figura 2.17: Interface para obtenção das curvas de luz de uma fonte a partir da entrada do seu numero de catalogo. Fonte: exoplanetarchive.ipac.caltech.edu.

A Figura -2.18 apresenta toda a série temporal selecionada antes de serem baixados através

do site.

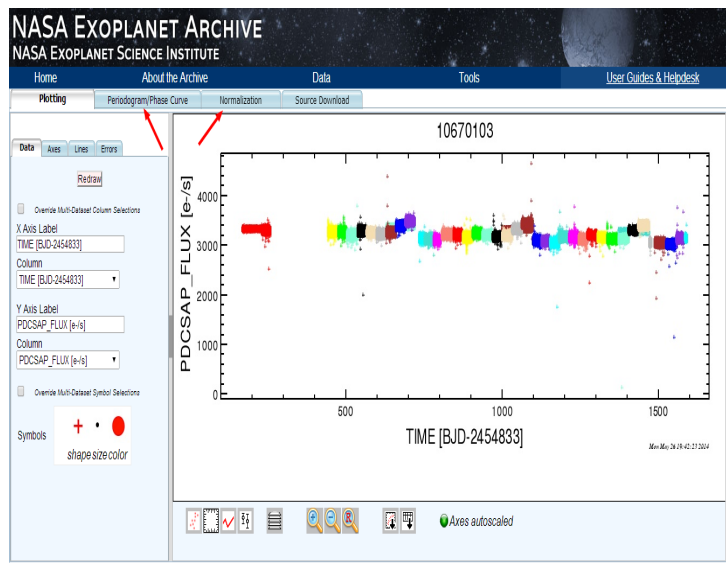


Figura 2.18: Gráfico traçado a partir da Serie temporal para a Fonte 10670103 disponível no Site da NexSci. Fonte: NexSci Plotting.

Os quartos utilizados neste trabalho foram os de dados de curta cadência, os quais vão do Q2 ao Q17, os quais são sintetizados nas informações da Tabela -2.4.

A partir da escolha da fonte e do tipo da série temporal é possível realizar transferência dos dados para um computador com acesso a internet por meio de uma arquivo digital em formato de texto ASCII, contendo como cabeçalho o numero seqüencial da cadencia que foi realizada a medição, tempo em que ocorreu a medição em BJD (ver BJD a seguir), e o valor da fluxo de luz para uma fonte selecionada.

Tabela 2.4: Distribuição de pontos nos quartos de medição. Fonte: NASA Exoplanet Archive.

Conjunto De dados	Quarto	BJD Ini	BJD Fim	N Pontos
0	2	231,36272	258,4777	39810
1	5	443,48000	475,0100	46290
2	5	476,27691	503,9041	40560
3	5	504,59892	538,1724	49290
4	6	539,43933	566,5349	39780
5	6	567,37267	598,2889	45390
6	6	599,18794	629,3067	44220
7	7	630,16490	660,2832	44220
8	7	661,03918	690,2377	42870
9	7	691,11632	719,5589	41760
10	8	735,35357	753,0487	25980
11	8	753,11002	782,2073	42720
12	8	782,26861	802,3551	29490
13	9	808,50565	844,9194	53460
14	9	845,61414	874,1200	41850
15	9	874,75351	905,9362	45780
16	10	906,83531	936,9551	44220
17	10	937,79293	969,2405	46170
18	10	970,07823	1000,2787	44340
19	11	1001,19821	1032,2768	45630
20	11	1033,03285	1063,2326	44340
21	11	1064,11119	1098,3363	50250
22	12	1099,39877	1125,9006	38910
23	12	1126,61574	1153,9966	40200
24	12	1154,89572	1182,0319	39840
25	13	1182,72661	1214,9922	47370
26	13	1215,68696	1244,9285	42930
27	13	1245,82761	1273,0665	39990
28	14	1274,12909	1305,0050	45330
29	14	1306,14934	1336,3096	44280
30	14	1337,16783	1371,3325	50160
31	15	1373,47794	1404,3114	45270
32	15	1405,27171	1435,3897	44220
33	15	1436,22745	1471,1473	51270
34	16	1472,08716	1477,3180	7680
35	16	1488,65840	1524,9686	53310
36	16	1526,11289	1557,9693	46770
37	17	1559,21575	1581,5912	32850
38	17	1586,80192	1591,0114	6180

Análise de Séries Temporais, Fractal, FFT, Hurst e DFA

Neste capítulo serão apresentados conceitos básicos e procedimentos para análise de séries temporais e fractalidade. Apresentaremos o expoente Hurst e explanaremos sobre os passos para realização do Método DFA. Mais adiante faremos a aplicação deste Método para séries temporais cujos comportamentos são bem conhecidas, ou melhor, obtidas através de simulação, citamos um caso sobre Manchas Solares e finalizaremos com a explicação de uma ferramenta matemática, originária da Transformada de Fourier, chamada Fast Fourier Transform, Lomb-Scargle. Comumente utilizada para analisar séries fotométricas.

3.1 Séries temporais

3.1.1 Conceitos básicos

Série temporal é uma sequência de observações obtidas no tempo [Box e Jenkins 1976]. Para Morettin este conjunto de observações estão ordenadas no tempo [Morettin 2004]. Sua principal característica é de ter observações vizinhas dependentes e cujo interesse reside em investigar tal dependência [EHLERS 2007]. Os estudos em séries temporais fazem parte da estatística como ferramenta de investigação em diversas áreas do conhecimento do homem, como exemplo temos: Biofísica [Galhardo 2010], Astrofísica [Falcão 2012] etc.

Para Ehlers uma série temporal é dita contínua quando as observações são feitas continuamente no tempo e definida como o conjunto $T = t : t_1 < t < t_2$. Já uma série é dita discreta quando as observações são feitas em tempos específicos e denotada por $T = X_t : t \in T$. E ainda, séries contínuas podem ser discretizadas, i.e. seus valores são registrados a certos intervalos de tempo [EHLERS 2007] e a variável tempo também pode ser substituída como espaço, profundidade etc.

Como exemplos de séries temporais temos:

- (i) Consumo de água do Condomínio Amélio Amorim em 2/4/2011;
- (ii) Fluxo de veículos que passam pela praça de pedágio de Amélia Rodrigues;

- (iii) Fluxo de elétrons por segundo que chegam ao fotômetro do Setélite Kepler;
- (iv) Índice pluviométrico da cidade de São Paulo no mês de setembro de 2014;
- (v) Número Médio Mensal de Manchas Solares, Jan/1749 a Mai/2014, Figura 3.1;

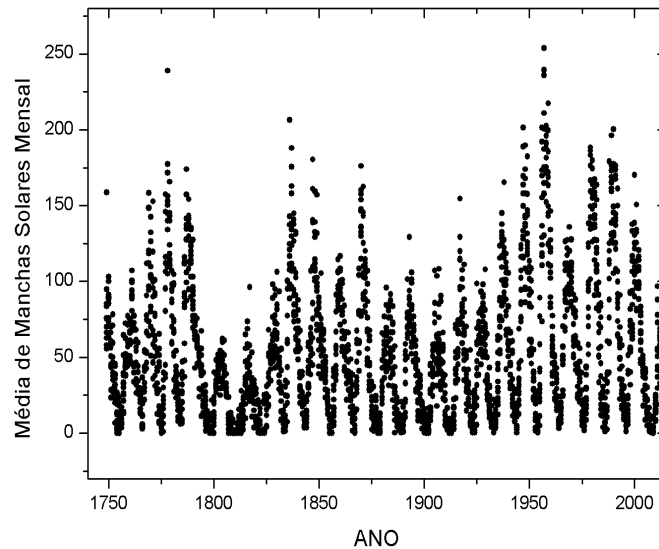


Figura 3.1: Número Médio Mensal de Manchas Solares, Jan/1749 a Mai/2014. Fonte: SunSpot (NASA).

3.1.2 Uma classificação para Séries Temporais- ST

Caso uma função matemática seja utilizada para estabelecer exatamente seus valores futuros na série temporal, ela recebe a denominação de Determinística. De outro modo, a ST é Estocástica quando seus valores futuros somente podem ser obtidos de modo probabilístico, pois existe neste modelo um termo que é aleatório, por definição, ver Figura 3.2. Para Célia Antenodo, uma série temporal que se desenvolve aleatoriamente em torno de uma média constante é estacionária [Antenodo 2004]. Uma série pode apresentar característica de estacionariedade em um período longo ou apenas em períodos curtos, podendo apresentar um nível de inclinação ver Figura 3.3. Em sistemas naturais, os dados raramente são estacionários. Existe o caso de séries que se desenvolvem de forma não estacionária explosiva, como o aumento de colônia de bactérias. Existem séries que oscilam ao redor de um nível médio durante algum tempo e em seguida saltam para outro nível temporário que é um caso típico de séries econômicas. Ainda, para a autora uma das propriedades mais importantes para análise de séries temporais trata-se em determinar a persistência dos dados. Fazendo referência à sua memória ou correlação interna da

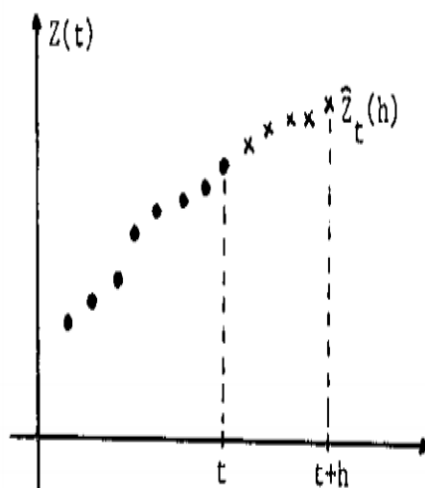


Figura 3.2: Exemplo de Série Estacionária. Fonte: PEREIRA, 1984.

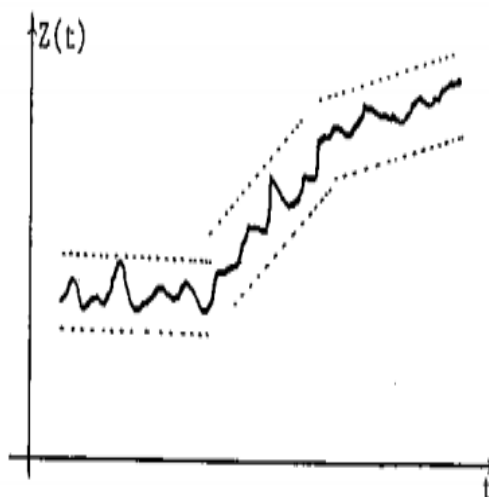


Figura 3.3: Exemplo de Série não estacionária quanto ao nível e inclinação. Fonte: PEREIRA1984.

séries. Um série é dita persistente, se os valores adjacentes estão correlacionados positivamente, ou melhor, se valores grandes tem a tendência de serem seguidos por valores grandes, válido também, para valores pequenos serem seguidos por valores pequenos. Já para séries com antipersistência seus valores adjacentes estão correlacionados inversamente [[Anteneodo 2004](#)].

3.2 Fractalidade

Para melhor entendimento sobre o comportamento de um sistema auto-afim que será tratado mais adiante faremos uma explanação sobre fractais e suas propriedade de escalas de como um sistema pode se apresentar. Uma lei de potência é descrita da forma:

$$Y = cX^b \quad (3.1)$$

Onde X e Y são duas variáveis c é uma constante e b é o expoente de escala. Com efeito as observações descrita desta forma de um gráfico do tipo $\log Y$ x $\log X$, representam uma reta. Para sistemas que possam ser descritos desta forma, ou melhor que possam ser ajustados por uma Lei de Potência nota-se a facilidade em utilizar ferramentas estatísticas (ex. regressão) para analisar a previsibilidade da série. Outro fato, bastante interessante é que uma Lei de Potência é invariante a escala. Caso esta expressão seja multiplicado por um fator z (reescalada) o valor para a ordenada é incrementada na mesma ordem. O expoente b é dito como expoente de escala:

$$Y = c(zX)^b = c(z^b)(X^b) \quad (3.2)$$

3.2.1 Fractais, auto similaridade e auto afinidade

Uma lei de escala que caracterize um sistema cujo expoente seja fracionário é descrito como sistema fractal [[Kantelhardt 2008](#)]. Um sistema fractal é caracterizado por auto similaridade, ou melhor, uma pequena parte ampliada é estatisticamente equivalente ao todo. Quando uma pequena pequena parte é uma réplica do todo então o fractal é exato, neste caso ele é dito como auto similar [[Hardstone et al. 2012](#)]. O que configura um caso puramente matemático e de geometricamente fractal (ex. Curva de Koch e a árvore de Mandelbrot).

Quando a auto similaridade é expressa em termos de propriedades estatísticas (ex. média e desvio padrão para uma parte do fractal são versões escalonadas da média e do desvio padrão para o todo) então a estatística é dita fractal. Enquanto a propriedade de auto similaridade é isotropica e aplicada completamente para todas as dimensões do ob-

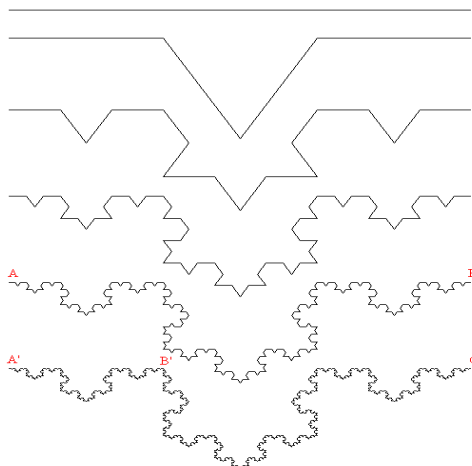


Figura 3.4: Curva de Koch. Fonte: Wikipedia.

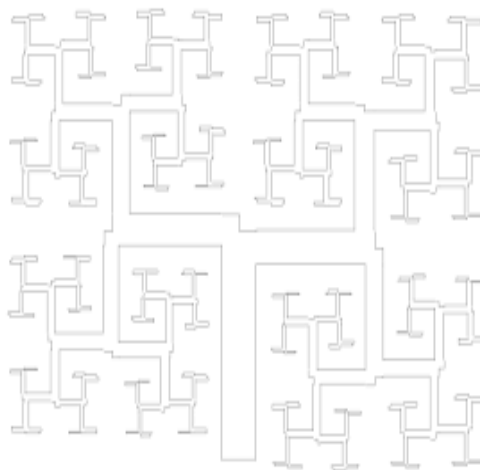


Figura 3.5: Árvore de Mandelbrot. Fonte: WolframMathWorld.

jeto fractal, a auto afinidade é descrita por uma escala anisotrópica onde as propriedades estatísticas da escala fractal são diferentes para as diferentes dimensões. Para as séries temporais a dimensão temporal é rescalonada [Hardstone et al. 2012].

Estruturas auto similares e auto afins têm em comum que a distribuição estatística de medições que seguem uma lei de potência, cuja função matemática é livre de escala:

Uma propriedade relevante em uma série temporal é a autocorrelação, que determina, se a série possui memória de longa duração ou não, isto é, se a ST é persistente, antipersistente ou decorrelacionada. Considerando os incrementos $\Delta_{t_i} = t_i - t_{i-1}$ de uma série temporal auto afim, (t_i) , $i = 1, 2, \dots, N$ com N valores equidistantes no tempo, neste caso, Δ_{t_i} pode ser persistente, decorrelacionado ou anti-persistente [Kantelhardt 2012].

A persistência se verifica para todas as escalas de tempo, em que a relação de auto afinidade também é válida. Apesar disso, a intensidade da persistência pode variar em diferentes escalas de tempo. A temperatura e umidade é um bom exemplo: enquanto as condições de tempo de amanhã ou de uma semana é provavelmente influenciada pelo comportamento do dia de hoje porém a persistência é mais difícil de ser identificada em escala de tempo mais longas.

3.2.2 Estatística de Hurst

Em 1965, Harold E. Hurst publicou um trabalho baseado em um estudo experimental sobre armazenamento de água. Ele inventou para a época um novo método estatístico - análise de intervalo rescalonado (Análise R/S). Com o objetivo de calcular o tamanho de um reservatório ideal (que nem fique vazio nem transborde) de acordo com dados de vazão de entrada e saída. Após análise sobre décadas de medições do Lago Albert - região Oeste de Uganda (África), ele pode inferir e estabelecer relações que mostravam claramente que o intervalo entre o nível mínimo e máximo de um reservatório dependia de um período τ considerado e que o aumento deste intervalo crescia com o aumento do mesmo τ .

Desta forma, por tratarem-se de vazões do Rio Nilo, ou melhor de um processo estocástico suas conclusões tornaram-se interessantes. Ainda em seus estudos, outras séries de medições relativas a índice pluviométrico e anéis de idade de troncos de árvores foram possíveis de serem estudadas. Sendo possível de se ajustar uma reta aos pontos de medições. Estas foram desenhadas em um gráfico do tipo $\log x \log$ ver Figura 3.6.

Para Hurst a estatística R/S baseava-se na medição dos volumes máximos e mínimos do reservatório (amplitude) e no cálculo do desvio padrão dos fluxos de água ao longo de período de tempo τ . A estatística R/S vem a ser a razão entre a amplitude (R_τ) e o

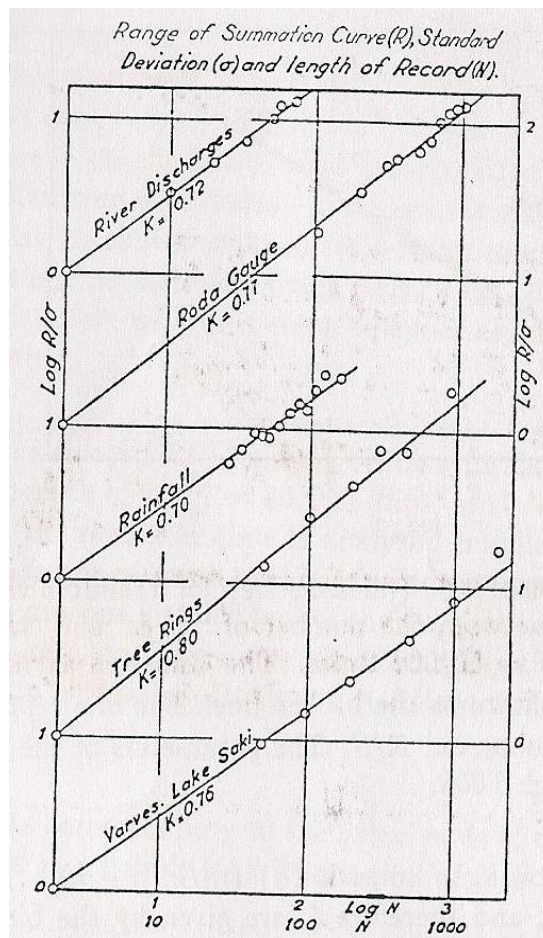


Figura 3.6: Análise de intervalo rescalonado - Estatística R/S verificado em alguns fenômenos naturais. Fonte: FEDER, 1988.

desvio padrão (S_τ) das vazões de água.

O modelo de reservatório ver Figura 3.8 tem como base séries temporais obtidas de descargas do Rio Nilo no reservatório e o acúmulo de água médio deixado no reservatório, ao longo do tempo ver Figura 3.7. Para calcular o expoente K, denominação utilizada por Hurst, e que de agora em diante trataremos como expoente H, foram realizadas as seguintes operações:

1) Calcula-se a média $\langle \xi \rangle_\tau$ da vazão de água de entrada no período τ :

$$\langle \xi \rangle_\tau = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} \xi(t) \quad (3.3)$$

onde $\xi(t)$ é a vazão de água de entrada ao reservatório no instante t de tempo.

2) Calcula-se a variação da média para o tempo t :

$$X(t, \tau) = \sum_{v=1}^t [\xi(v) - \langle \xi \rangle_\tau], \quad (3.4)$$

em que $\langle \xi \rangle_\tau$ denota a média de todos os pontos da série no período em estudo.

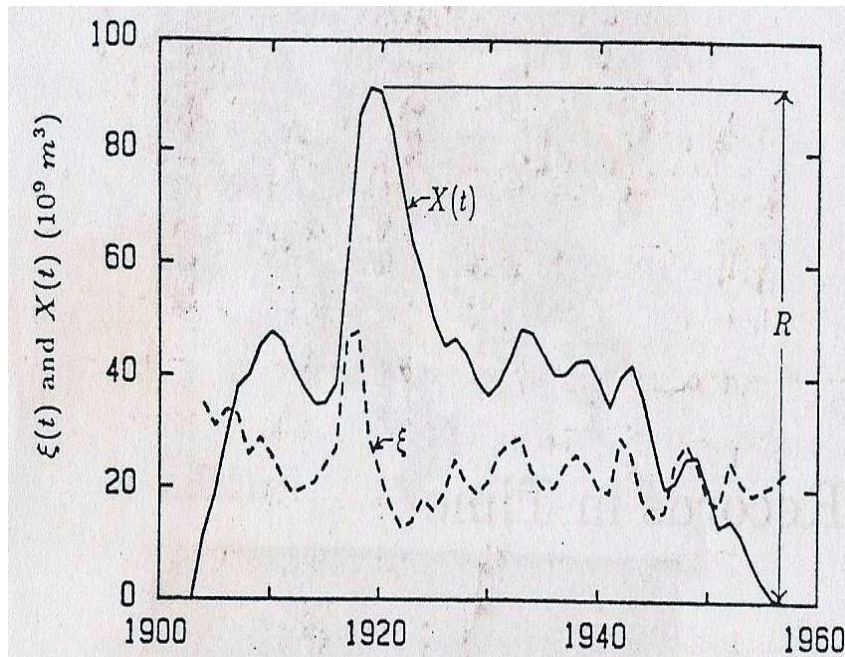


Figura 3.7: Descarga Anual do Lago Albert (linha tracejada), e acúmulo deixado no reservatório por descargas médias (linha cheia). Fonte: FEDER, 1988.

3) Calcula-se o intervalo entre o valor máximo e o mínimo de $X(t)$ no período τ : ver Figura 3.8:

$$R(\tau) = \text{Max}[X(t, \tau)] - \text{Min}[X(t, \tau)] \quad (3.5)$$

em que $1 \leq t \leq \tau$

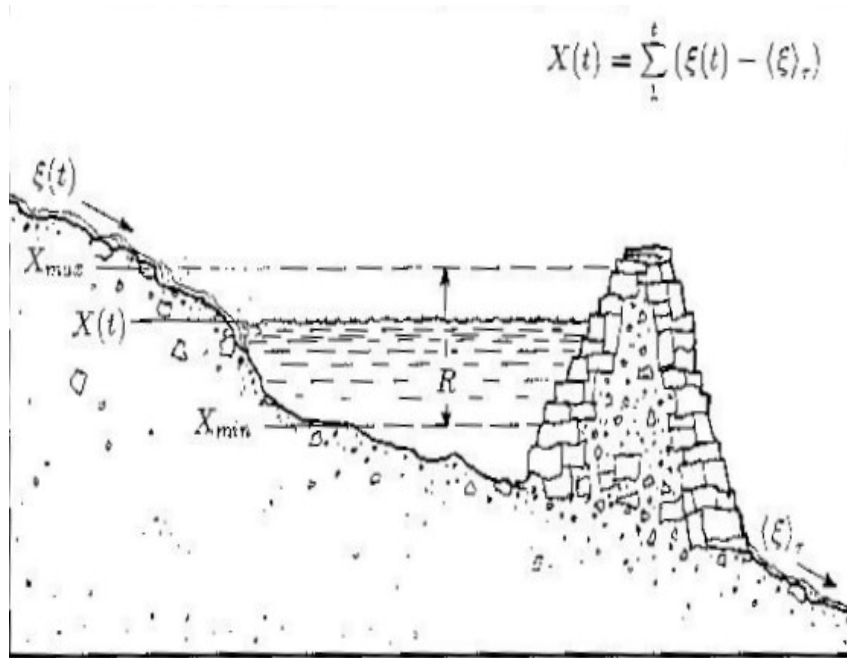


Figura 3.8: Modelo do reservatório de Hurst (1951) cálculo de $R(\tau)$. Fonte: FEDER1988.

4) Para obter o valor da relação no tempo τ . Divide-se $R(\tau)$ pelo desvio padrão $S(\tau)$,

$$R/S = \frac{R(\tau)}{S(\tau)}, \quad (3.6)$$

e,

$$S(\tau) = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} [\xi(t) - \langle \xi \rangle_\tau]^2} \quad (3.7)$$

Após a repetição destes mesmos cálculos (passos de 1 a 4) para distintos valores de (τ) e se a relação (R/S) seguir uma lei de potência, assim: $R/S = (\tau/2)^H$, H é o expoente de Hurst.

Um fato notável, nas observações de Hurst o expoente $H > \frac{1}{2}$ aparece em muito fenômenos naturais. E na ausência de uma relação R/S de longo prazo este valor torna-se assintoticamente proporcional a $(\tau/2)^{\frac{1}{2}}$. Este valor foi testado por Hurst, na prática, em um experimento com o lançamento de moedas, ao acaso. O número de caras e de coroas obtidos em 100 moedas lançadas 1000 vezes em um tempo aproximado de 35 minutos mostrou-se aleatório, ou seja, não havendo uma maior probabilidade de ocorrer caras ou de ocorrer coroas. A expressão que descreve a ocorrência de processos independentes aleatórios e com finitas variações é dada por $R/S = (a\tau/2)^{\frac{1}{2}}$. A Figura 3.9 apresenta o valor de $H = 0,503 \pm 0,008$ superestimado, para valores de τ acima de 20. Para valores de $\tau \leq 4$, o valor

subestimado de $H = 0,516 \pm 0,006$ [Feder 1988].

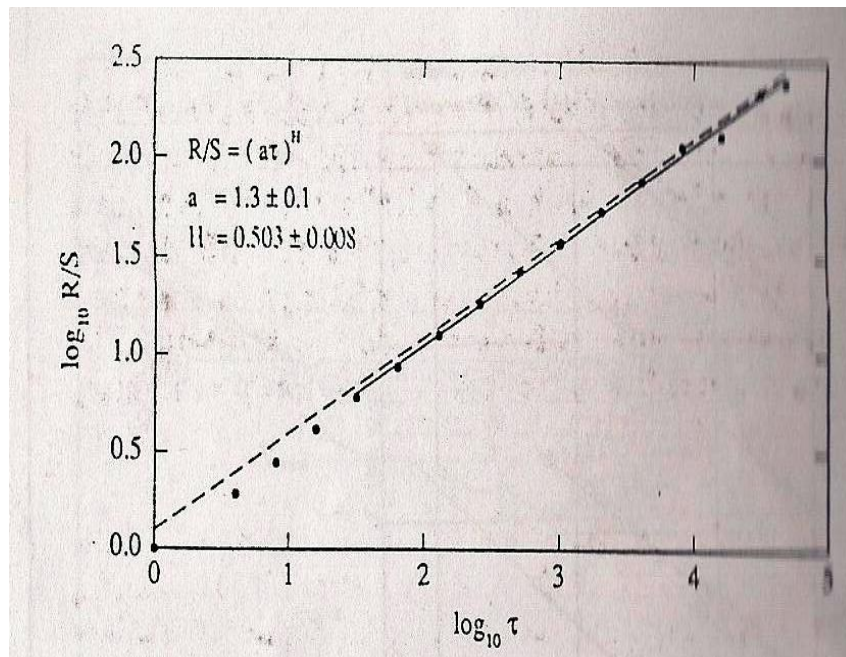


Figura 3.9: R/S em função do intervalo τ (pontos preenchidos) para um lançamento de moedas, ao acaso. O comportamento assintótico Gaussiano $R/S = \sqrt{\frac{\pi\tau}{2}}$ é apresentado. (linha tracejada). Fonte: FEDER1988.

Os valores H variam entre 0 e 1 ($0 \leq H \leq 1$). Caso o valor de H seja igual a 0,5 a série é descrita como descorrelacionada. Caso H esteja entre 0,50 e 1 ($0,50 < H \leq 1,0$) a série temporal é descrita como persistente. Assim, um aumento na tendência de uma série temporal implicará em um aumento futuro desta série e uma diminuição de valores no presente implicarão na diminuição de valores no futuro. Quando o expoente de Hurst varie de 0 a 0,5 ($0 \leq H < 0,5$) inferimos que a série tem comportamento antipersistente [Feder 1988].

3.2.3 DFA-Detrended Fluctuation Analysis

A utilização do expoente de Hurst necessita de um cuidado especial com relação as séries que apresentem sinais com tendência. O cálculo de flutuações de sinal em certas escalas pode ser influenciado, fortemente, para tempos longos, por tendência estabilizada sobreposta ao sinal - série temporal (ver Figura 3.10). O cálculo do expoente livre de escala sem a influência de uma tendência (ver Figura 3.11) vem revelar com maior eficiência o verdadeiro comportamento de escala da ST (ver Figura 3.12) [Hardstone et al. 2012].

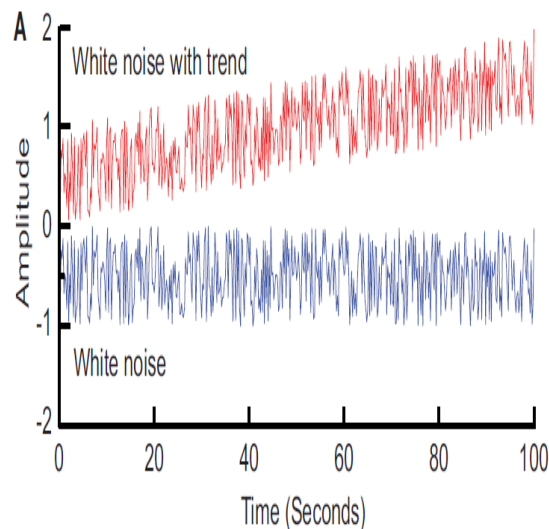


Figura 3.10: Para um sinal com tendência (vermelho) o desvio padrão tem valor maior que o sinal sem tendência (azul), apesar de ambos representarem sistemas descorrelacionados. Fonte: Hardstone 2012.

A análise das flutuações sem tendência do inglês *Detrended Fluctuation Analysis* -DFA [Peng et al. 1994], vem para identificar e mensurar autocorrelação de longo alcance em séries temporais não-estacionárias. Desse modo, ao observar auto-afinidade em uma série temporal suas propriedades estatísticas são mantidas em diferentes escalas. Basicamente, a principal característica da robustez e eficiência do DFA reside nesta análise sem tendência.

O DFA tem sido utilizado em várias áreas do conhecimento humano: biológicos [Peng et al. 1994], mercado financeiro [PODOBNIK e STANLEY 2008], [Zebende, Silva e Machado 2013], economia [Zebende e Machado 2009], [Zebende, Silva e Machado 2011]. fenômenos físicos [Zebende et al. 2004], [Moret 2014], [Moret et al. 2003] e medicina [Hardstone et al. 2012];

A seguir, apresentaremos em quatro passos como aplicar o Método do DFA em uma série temporal.

Passo 1: Calcula-se o desvio de cada ponto em relação à incidência média da série total,

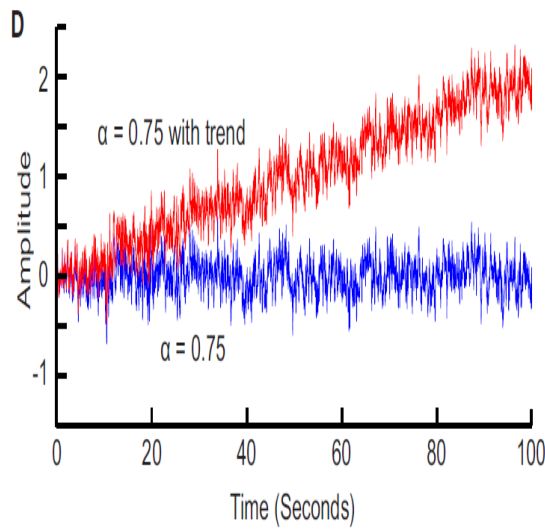


Figura 3.11: Sinal auto similar com tendência vermelho e sem tendência azul usado na figura C. Fonte: Hardstone 2012.

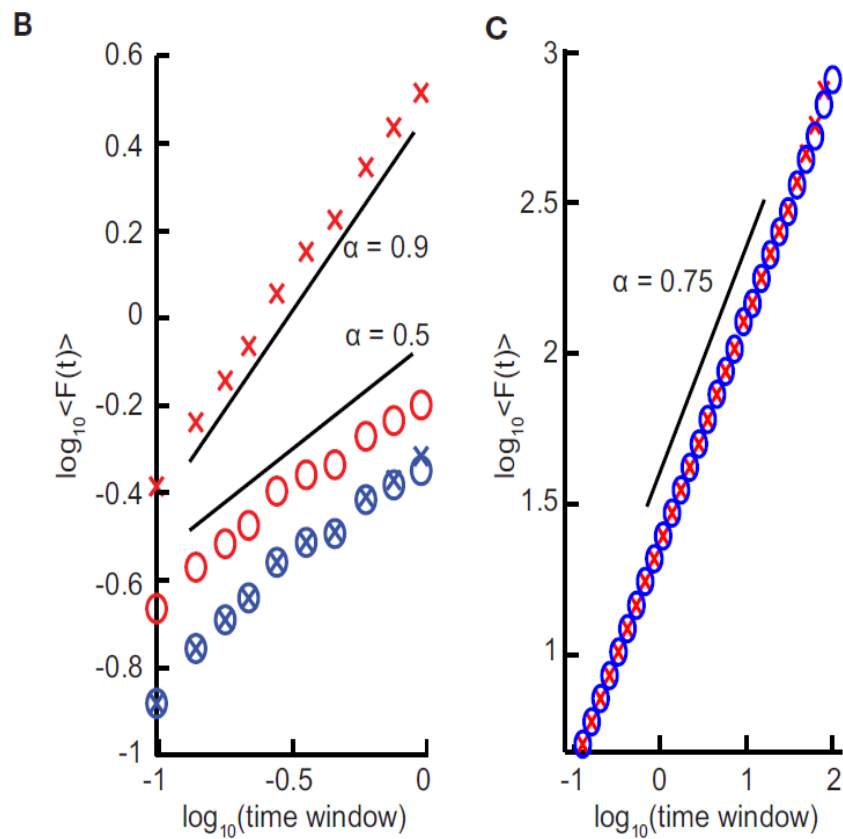


Figura 3.12: Flutuação média de um sinal de um ruído branco (círculo com cruz), mesma análise de sinal com uma tendência linear adicionada (cruz vermelha) e também a flutuação com a tendência removida (círculo vermelho). Fonte: Hardstone 2012.

Figura 3.13, integrando a ST u_i e obtendo-se a ST integrada $y(k)$ cuja expressão é:

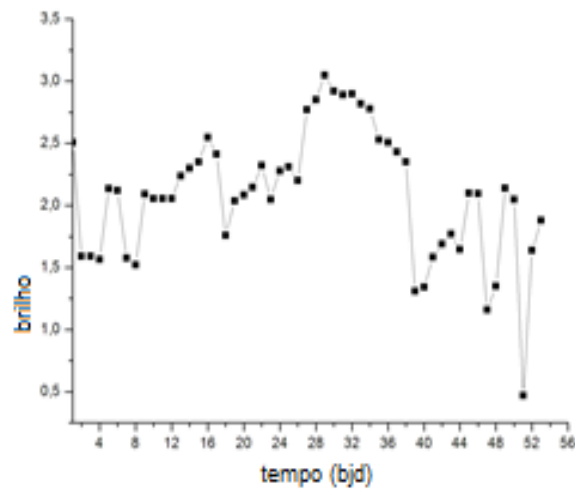


Figura 3.13: Série integrada com a diferença acumulada em relação à média.

$$y(k) = \sum_{i=1}^k u_i - \langle u \rangle \quad (3.8)$$

em que $\langle u \rangle$ é o valor médio de u_i .

Passo 2: A série integrada $y(k)$ é dividida em intervalos iguais (ℓ) não sobrepostos Figura 3.14.

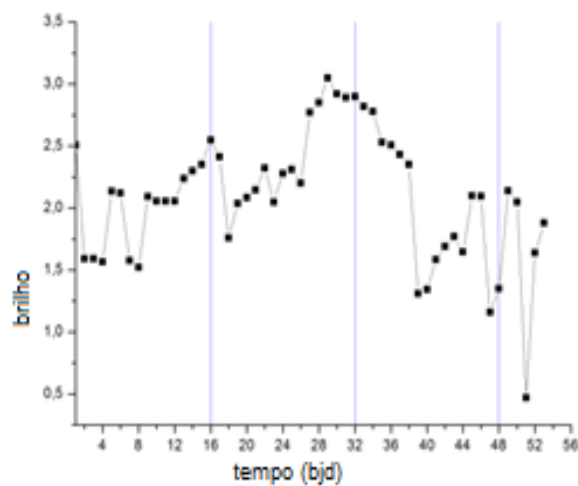


Figura 3.14: Série integrada dividida em intervalos de caixas de tamanhos iguais (mesmo número de pontos).

Passo 3: Cada intervalo de tamanho ℓ , é necessário ajustar um polinômio de grau ≥ 1 a $y(k)$, denotado por $y_\ell(k)$, Figura 3.15, isto representa a tendência local para amplitude de tamanho ℓ .

$$F(\ell) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [y(k) - y_n(k)]^2} \quad (3.9)$$

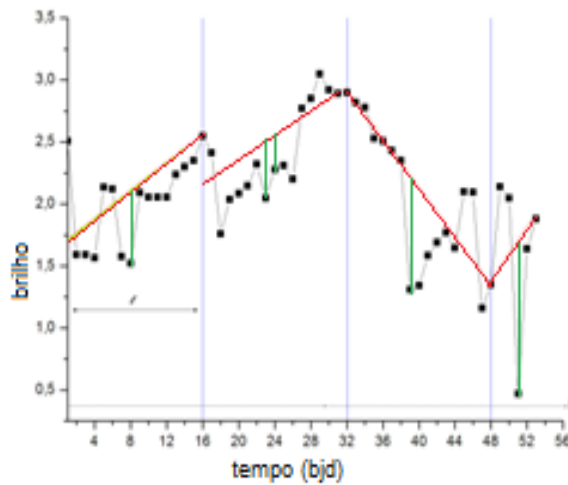


Figura 3.15: É calculado desvio padrão médio em relação a ordenada do ajuste.

As operações são repetidas para os diferentes valores de tamanhos de caixas. Cujo número de pontos em cada caixas varie de ℓ mínimo igual a 4 e um máximo de $N/4$ pontos .

Passo 4: Ao final caso a $F(\ell)$ tem comportamento do tipo $F(\ell) \sim \ell^\alpha$, ou seja corresponda a uma reta, Figura 3.16 ,com um coeficiente angular α . Este é o expoente de correlação de longo alcance DFA.

Para séries não correlacionadas o valor de $\alpha = 0,50$, *Random Walk* ou ruído branco;

Caso valores de $\alpha > 0,50$ a série apresenta persistência de longo alcance;

Caso valores de $\alpha < 0,50$ a ST apresenta um comportamento antipersistente e de longo alcance;

Caso valores de $\alpha \simeq 1,0$ a ST apresenta um comportamento $\frac{1}{f}$, ou ruído rosa;

Caso valores de $\alpha > 1,0$ e $\alpha < 1,5$ a ST apresenta um comportamento não estacionário,

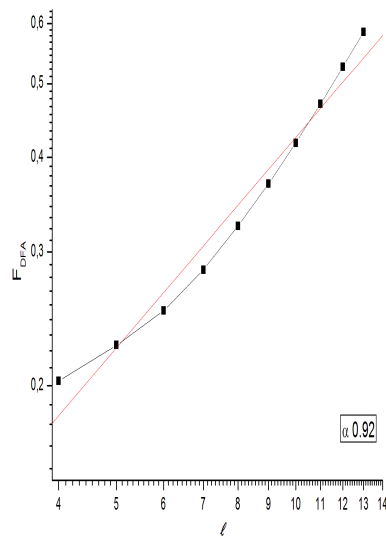


Figura 3.16: Gráfico Log x Log com os valores de DFA obtidos e sua respectiva reta de ajuste.

subdifusivo;

Caso valores de $\alpha \simeq \frac{3}{2}$ a ST apresenta um comportamento de um ruído Browniano, relativo ao movimento Browniano;

3.3 Aplicação do DFA em Séries Simuladas e em um caso real

Antes de utilizar o método DFA para a ST objeto de estudo, veremos quais resultados são obtidos a partir de duas ST simuladas. Ou seja, cujo comportamento da séries são bem conhecidos já que foram originadas através de uma expressão matemática ou resultados obtidos através de um algoritmo.

3.3.1 DFA em Série Aleatória

Para simular o comportamento aleatório de uma série temporal obtivemos 40.433 pontos (mesma quantidade de número de pontos de uma das séries objeto de estudo) a partir de um gerador de números aleatórios conhecido como rand4 [PRESS et al. 2007] Figura ??.

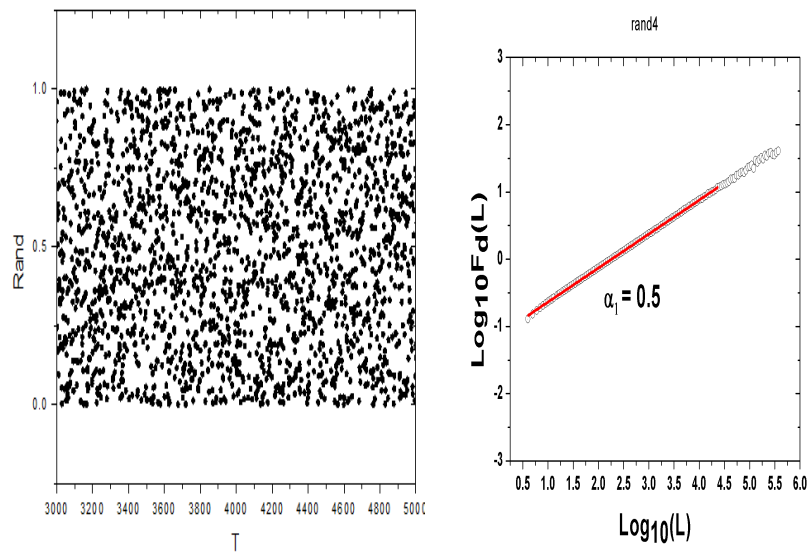


Figura 3.17: Representação dos pontos de uma ST obtidos a partir de um gerador de números aleatórios e sua respectiva análise utilizando o DFA.

3.3.2 DFA em Série Senoidal

Para simular o comportamento periódico de uma série temporal obtivemos 40.433 pontos (mesma quantidade de número de pontos de uma das séries objetos de estudo) a partir de a partir do valor de $F(x) = \text{sen}\left(\frac{\pi x}{202,965}\right)$ (valor empírico para que cada ciclo da senóide tivesse ≈ 400 pontos) *Figura 3.18*.

3.4 Fractal - Manchas Solares

As manchas solares são áreas na fotosfera do sol onde há uma diminuição de pressão e temperatura devido à presença de intenso campo magnético. As médias mensais do número de manchas solares, de janeiro de 1749 a maio de 2014, foram obtidas da NASA, através do endereço da internet <http://solarscience.msfc.nasa.gov/SunspotCycle.shtml>. Neste arquivo contém: ano, mês, número de manchas solares médios contados e o desvio padrão para cada medida.

A Figura 3.19 mostra o resultado após a utilização do algoritmo do DFA [Peng et al. 1994] que demonstra o comportamento de uma lei de potência $\alpha=1,42 \pm 0,02$, com uma mudança de regime ?? quando o valor da abscissa do ajuste é $2,13 \sim 135$ meses.

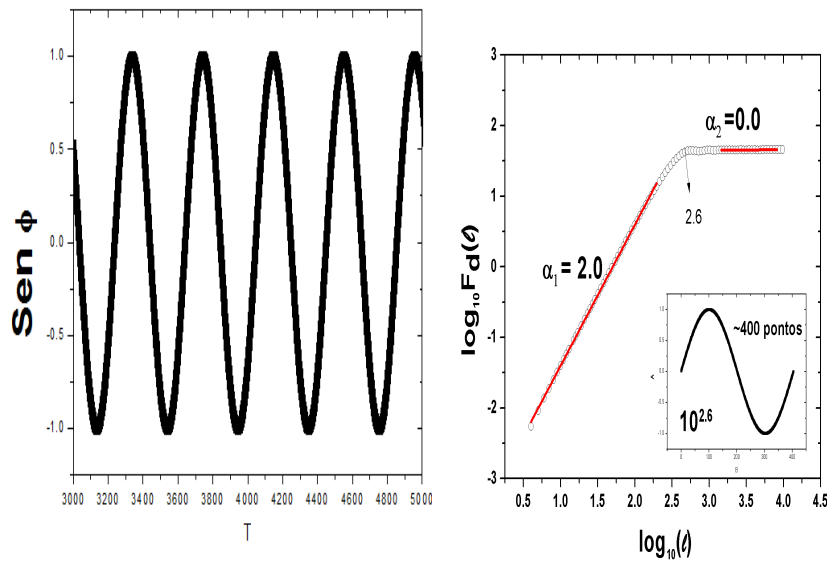


Figura 3.18: Representação dos pontos de uma ST gerada a partir de uma função seno e e sua respectiva análise utilizando o DFA. O forma de onda senoidal foi contruída a partir de aproximadamente 400 pontos da séries gerada o equivalente ao expoente 2,6 na base 10.

3.5 *Periodograma Lomb Scargle*

Na maioria dos trabalhos de base de astronomia é impossível de ser alcançado um espaçamento uniforme dos tempos de observação. O espectro da não uniformidade do tempo para um conjunto é muito mais complexo que um conjunto onde os dados são uniformemente obtidos. O método mais comum utilizado para o cálculo de um espectro não uniforme é a análise por meio do periodograma. Ele ignora os espaçamentos desiguais, como se fossem igualmente espaçados, visto que o algoritmo da Fast Transform Fourier (FFT) não contempla estes espaçamentos desiguais [Lomb 1976].

Então uma modificação da definição clássica do periodograma é apresentada por Scargle em 1982, a partir das modificações apresentadas por Lomb à FFT [Scargle 1982]. O método de análise Lomb-Scargle ou LS apesar de reconhecido por encontrar e testar a significância de um sinal fraco em um espectro não uniformemente espaçado requer uma complexidade computacional na ordem de $10^2 N^2$ para analisar N pontos. Ou seja, para uma análise de 1 dia de observação em SC da Missão Kepler (aprox. 1470 pontos) equivalem a $2,16 \times 10^8$ operações. Porém, em 1989, PRESS e RYBICKI reduziria esta mesma complexidade para $10^2 N \log N$, ou seja, para $4,66 \times 10^5$ operações.

Assim o peridograma LS é construído a partir de um conjunto de valores h_i , $i = 1, \dots, N$ seguem os seguintes passos [Press e Rybicki 1989]:

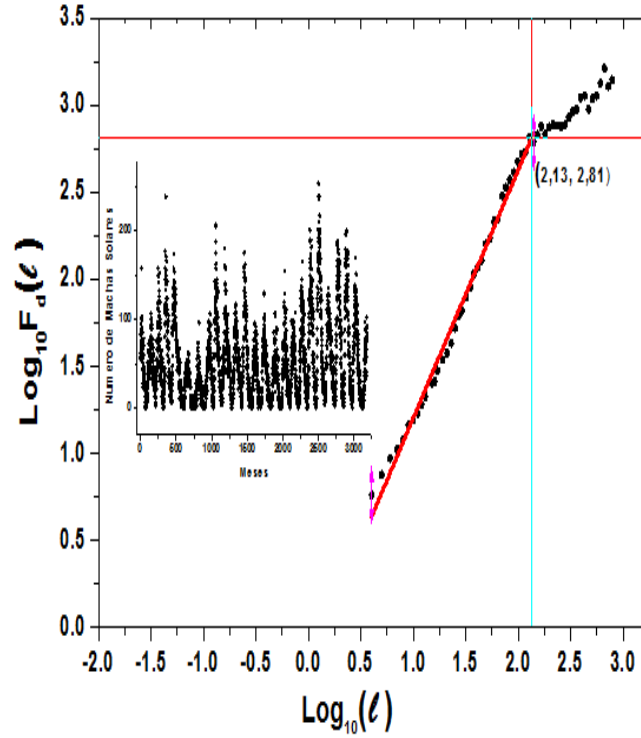


Figura 3.19: Média Mensal do Número de Manchas Solares. Fonte: Adptado de Moret 2014

Primeiro calcula-se a média e a variância por meio das equações abaixo:

$$\bar{h} \equiv \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} h_i \tag{3.10}$$

e

$$\sigma^2 \equiv \frac{1}{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} (h_i - \bar{h})^2 \tag{3.11}$$

Segundo: para cada ângulo da frequência $\omega=2\pi f>0$ de interesse, calcula-se uma compensação do tempo dada pela expressão de τ :

$$tg(2\omega\tau) = \frac{\sum_j sen2\omega t_j}{\sum_j cos2\omega t_j} \tag{3.12}$$

Terceiro: o Periodograma Lomb-Scargle normalizado (como uma potência em função de ω) é definido por:

$$P_N \equiv \frac{1}{2\sigma^2} \frac{[\sum_j (h_i - \bar{h}) cos\omega (t_j - \tau)]^2}{\sum_j cos^2\omega [t_j - \tau]} + \frac{[\sum_j (h_i - \bar{h}) sen\omega (t_j - \tau)]^2}{\sum_j sen^2\omega [t_j - \tau]} \tag{3.13}$$

to

(3.14)

Desse modo, um maior peso é dado ao ponto onde ele ocorre ao invés do intervalo de tempo quando ocorre [[Press e Rybicki 1989](#)].

Metodologia e Análise de Dados

Neste capítulo serão apresentados curvas de luz em medições de curta cadência (CC), baixadas, via internet, desde o centro de estudos da Missão Kepler [NASA 2014] que figuram como séries temporais na aplicação do Método DFA. O objetivo de investigar esta curva de luz de uma estrela pulsante é identificar padrões de tempos através da correlação de longa escala desta estrela catalogada como KIC10670103, e, classificada com uma estrela pulsante, do tipo subanã V1093 Her, cujos registros o mais lento período de pulsação e o maior número de frequências já registradas. Para uma visualização do comportamento espectral das series temporais foram obtidos periodogramas utilizando o método Lomb Scargle, disponível na *interface* para análise de dados também disponível no site mesmo local. Em seguida são realizadas a análises a partir do emprego do método DFA [AL et al. 2001].

4.1 Obtenção da Série Fotométrica

Foram obtidas Figura 4.1 39 séries temporais, normalizadas, pelo método da divisão, através do Banco de Dados da NASA (NASA EXOPLANET ARCHIVE, 2014). Cada uma destas séries foram organizadas em arquivos contendo as seguintes colunas de informações: número seqüencial, dia (BJD) (ver a seguir em Quartos (Q) de Medição) e valor do brilho, ou, fluxo de luz da estrela (e^-/s). O número seqüencial fazer referência a ordem do conjunto de dados. Exemplo: zero (0) se refere ao primeiro conjunto de dados da medição de um Quarto de medição solicitado, em uma determinada cadência. um (1) se refere ao segundo conjunto de dados baixados de um Quarto de medição solicitado, em cadência curta, e assim seqüencialmente. O tempo em BJD faz referência quando foi realizada a medição. E a terceira coluna se refere ao valor do fluxo de luz medido. A normalização permite que os fluxos de luz obtidos ao longo das medições estejam todos dentro de uma mesma escala. Sua média equivale a 1,00 e os intervalos de tempos entre as medição foram considerados iguais para aplicação do método (ver Tempos sem medição). A operação de *download* traz sempre o mesmo nome `''XY.tbl''` para o arquivo contendo as informações. Estes conjuntos de medições foram renomados com a concatenação de `''sc''`, em referencia a *short cadence*, um número referente ao Quarto de medição, `''_''`, como separador e o dia início da medição e o dia fim da medição, estes também separados por `''_''`.

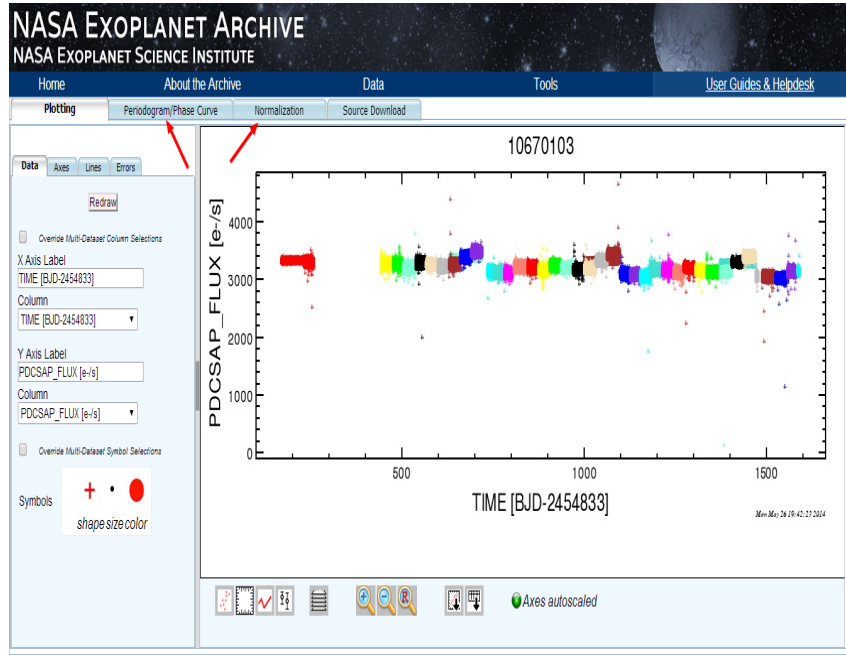
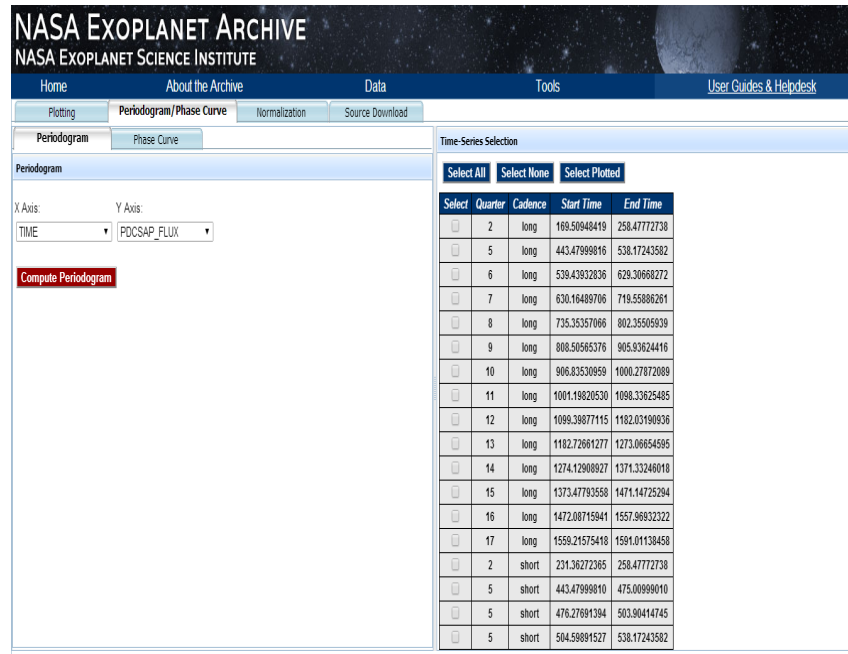


Figura 4.1: Interface para escolha da séries fotométrica a ser baixada.

4.1.1 Conjuntos de Dados de Medição e Quartos de Medição - Q

Durante a Missão, as medições de observações foram agrupadas em intervalos de tempos. A esses intervalos de tempo de medição vamos fazer referência como Conjunto de Dados de Medição ou simplesmente conjunto de dados. Ao longo de sua revolução em torno do sol ocorreram as operações de giro em torno do seu próprio eixo, para manter os painéis solares sempre em frente ao sol. Estas operações aconteceram sempre quatro vezes por período de revolução. O intervalo entre estas operação recebem a denominação de Quartos de Medição. Em cada Quarto de Medição, geralmente, são feitos três Conjuntos de Dados de Medição. Cada Conjunto de Dados de medição são transmitidos para a Central de Operações em Terra, quando é feita uma operação de download dos dados e reposicionamento do telescópio no seu FOV. Prevista para durar no mínimo de 3,5 anos, para conseguir três trânsitos equivalentes à terra, a Missão Kepler foi cumprida. Todos os conjuntos de dados disponibilizados, em CC, da estrela KIC10670103 compreendem catorze Quartos (Q1) a Q17. O segundo Quarto (Q2) tem um conjunto de medição apenas, o Q17 tem dois conjuntos de medição e de Q5 a Q16 tem, cada um, três Conjuntos de Dados medições. Os Quartos (Q1),(Q3) e(Q4) não foram apresentados. Estes período de estudo compreende trinta e nove Conjuntos de Dados de Medição, num total de 1 574 410 pontos de medições de fluxo luminoso.

O tempo da Missão tem como referencia a zero hora do 1º de janeiro de 2009 que em Baricentric Julian Day (BJD) equivale a 2454833. As anotações de medição do fotômetro bem como do cronograma de missão tem esta data como referência, ou tempo zero. O BJD



The screenshot shows the NASA Exoplanet Archive interface. At the top, there is a navigation menu with 'Home', 'About the Archive', 'Data', 'Tools', and 'User Guides & Helpdesk'. Below this, there are tabs for 'Plotting', 'Periodogram/Phase Curve', 'Normalization', and 'Source Download'. The 'Periodogram/Phase Curve' tab is active, and the 'Periodogram' sub-tab is selected. On the left, there are dropdown menus for 'X Axis' (set to 'TIME') and 'Y Axis' (set to 'POCSAP_FLUX'). A red 'Compute Periodogram' button is visible. On the right, the 'Time-Series Selection' table is displayed, showing a list of quarters and their corresponding start and end times.

Select	Quarter	Cadence	Start Time	End Time
<input type="checkbox"/>	2	long	169.50948419	258.4772738
<input type="checkbox"/>	5	long	443.47989816	538.17243582
<input type="checkbox"/>	6	long	539.43932836	629.30698272
<input type="checkbox"/>	7	long	630.16489706	719.55886261
<input type="checkbox"/>	8	long	735.35357096	802.35505639
<input type="checkbox"/>	9	long	808.50565376	905.93624416
<input type="checkbox"/>	10	long	906.83530959	1000.27872089
<input type="checkbox"/>	11	long	1001.19820530	1098.33625485
<input type="checkbox"/>	12	long	1099.39877115	1182.03198936
<input type="checkbox"/>	13	long	1182.72681277	1273.06654595
<input type="checkbox"/>	14	long	1274.12908927	1371.33246018
<input type="checkbox"/>	15	long	1373.47783558	1471.14725294
<input type="checkbox"/>	16	long	1472.08715041	1557.96932322
<input type="checkbox"/>	17	long	1558.21575418	1591.01138458
<input type="checkbox"/>	2	short	231.36272365	258.4772738
<input type="checkbox"/>	5	short	443.47989810	475.00998010
<input type="checkbox"/>	5	short	476.27681394	503.96414745
<input type="checkbox"/>	5	short	504.59891527	538.17243582

Figura 4.2: Interface de solicitação das curva de luz disponíveis no NExSci para baixar.

é um tempo contínuo. Um BJD equivale a 24h, ou a 86 400s tomando como referência o centro do sistema solar. O BJD não é agrupado meses ou anos. Por exemplo: o início da medição do quinto Quarto em modo de curta cadência ou CC (58,84 s) deu-se no dia 443.480338664041, que em nosso tempo universal (UTC) é o dia 20 de março de 2010 às 23h 31min 41s (http://www.onlineconversion.com/julian_date.htm).

4.1.2 Tempos sem Medição

Ao final de cada Quarto o fotômetro tem um giro de 90° , buscando sempre o alinhamento do centro do campo de visão com o centro do fotômetro. Durante esta operação e a de transmissão de dados para o Centro de Operações de Missões (MOC), aqui na terra, existe a interrupção nas medições. A Figura 4.3 mostra o número de dias sem medição ao longo do período selecionado para a aplicação do método. Vale ressaltar que para cada fluxo medido, neste estudo, corresponde a série com correções feitas pelo pipeline (Capítulo Missão Kepler). O intervalo de tempo tem início em 231,383497785653 BJD e final 1591,011044007310 BJD. As medições entre os tempos de 500 a 700 BJD e 825 a 1025 BJD têm intervalos de tempos com menos dias de interrupções. Para as aplicações do DFA foram tomadas as séries temporais como se elas estivessem igualmente espaçadas.

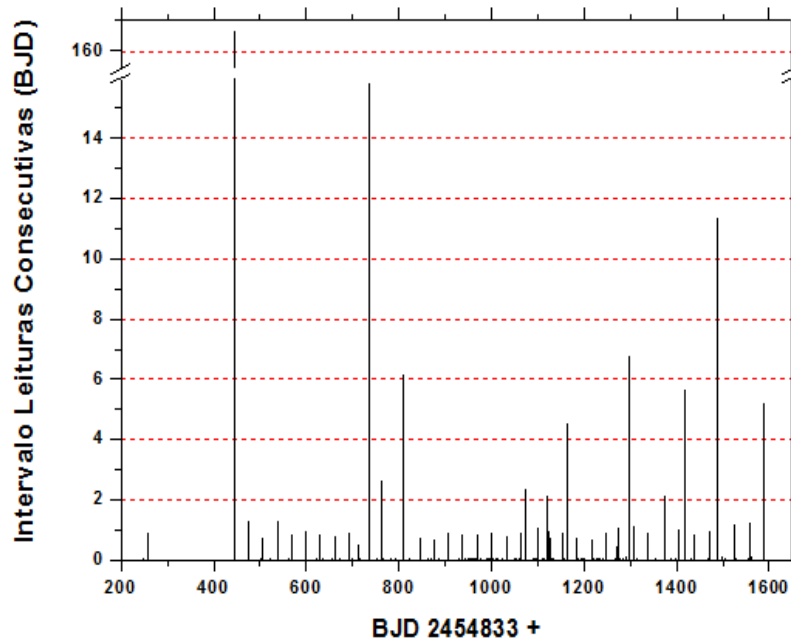


Figura 4.3: Tempo sem medição ao longo da Missão do Satélite Kepler.

4.2 Apresentação das Curvas de Luz de KIC10670103

Cada medição de fluxo de luz da estrela KIC10670103, em CC, foi realizada no tempo de $58,84s \pm 50ms$ [Cleve 2009]. O satélite Kepler também realiza medições em longa cadencia (LC) no tempo de 29,42min, porém, por questões de completeza não foram feitas análise com estes conjuntos de dados. Os dados de fluxo normalizados são chamados de ($F_{U.N.}$) em todos Quartos de medição (Q) e enumerados seqüencialmente de Q2 a Q17. A lista com o número de pontos em cada de medição é apresentado na Tabela 4.1.

De posse dos dados apresentados na Tabela 4.1 obtemos o gráfico de variabilidade temporal de KIC10670103 dos 3 anos e 11 dias de observações (equivalente aos 1.574.410 pontos) conforme mostrado na Figura 4.5.

As Figuras de ?? a ?? apresentam as curvas de luz dos Q2 a Q17. No total estão sendo apresentados 39 conjuntos de dados em 14 Quartos descritos no Capítulo 2.

4.3 Análise de Espectro de Potências Utilizando o Método de Lomb Scargle (LS)

Para analisar a presença de sinais periódicos nas curvas de luz um método adequado é o LS. Este método revela a presença de periodicidades com características senoidais, as

Tabela 4.1: Síntese dos dados das 39 séries temporais fotométricas. Quarto é a referencia de qual intervalo de tempo entre giros de 90 graus durante a missão os dados foram adquiridos. BJD início e final são o tempo em *Baricentric Julian Day* do intervalo da medição. N é o número de pontos na série temporal fotométrica no intervalo de tempo da medição.

Quarto	BJD início	BJD final	N
Q2	231,383497785653	258,477386827245	38271
Q5	443,480338664041	475,009649531995	46157
Q5	476,277254510801	503,903806882248	40433
Q5	504,599255839013	538,172095251779	49145
Q6	539,460103136283	566,534537014580	39630
Q6	567,373008293841	598,288547223135	45254
Q6	599,208715478409	629,306342171483	43998
Q7	630,165237648921	660,282820098065	44035
Q7	661,059951117531	690,237362884348	42700
Q7	691,137087982744	719,558522062856	40771
Q8	735,354592330797	753,048376505918	25891
Q8	753,110357492172	782,206964036195	38703
Q8	782,268946217802	802,354718823437	29389
Q9	808,505994270250	844,919029511838	53313
Q9	845,614477136798	874,119704976699	41710
Q9	874,774285429150	905,935903586178	45613
Q10	906,835650198663	936,954798618520	43978
Q10	937,793270780202	969,240110766979	45006
Q10	970,078567078831	1000,278380340840	44062
Q11	1001,199226981950	1032,276488330140	45183
Q11	1033,053619578360	1063,232240641100	43543
Q11	1064,112213955740	1098,335914295420	46311
Q12	1099,399792917480	1125,900231417040	34037
Q12	1126,636511952820	1153,996297033760	39984
Q12	1154,896742046490	1182,031568794050	32946
Q13	1182,727634393880	1214,991852002050	46806
Q13	1215,687980414010	1244,928159449450	42829
Q13	1245,828633233400	1273,066205380710	39121
Q14	1274,130110998260	1305,004700497260	34833
Q14	1306,150365015120	1336,309278279490	44150
Q14	1337,168851933280	1371,332119631040	49958
Q15	1373,478957259620	1404,311023989940	44875
Q15	1405,292484106440	1435,389359956350	35656
Q15	1436,227786465990	1471,146912387230	51071
Q16	1472,107933008960	1477,317677070720	7622
Q16	1488,659420166610	1524,968261113930	52752
Q16	1526,133662170780	1557,968982647270	46463
Q17	1559,216775808790	1581,590844180810	32600
Q17	1586,802939590230	1591,011044007310	6151
			1.574.410

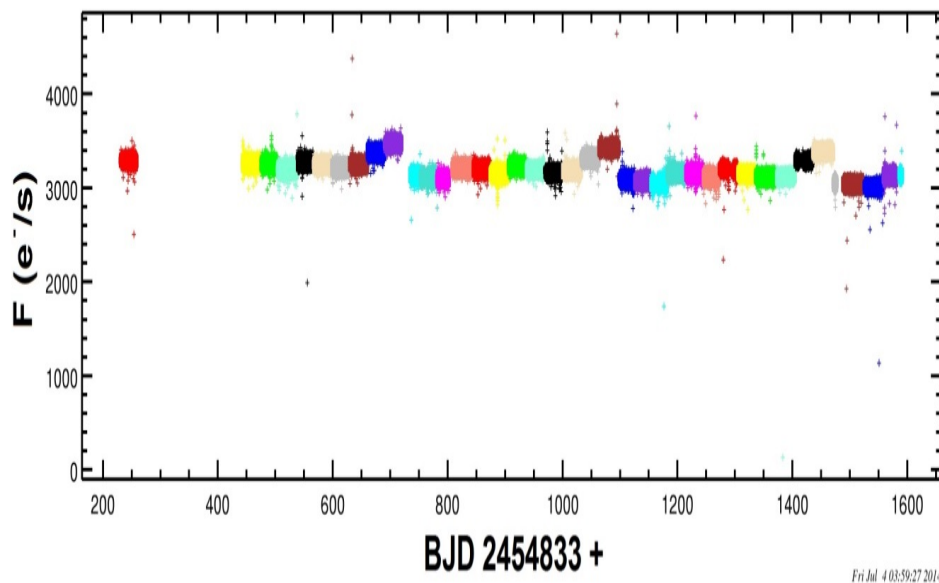


Figura 4.4: Curva de luz, curta cadência de KIC10670103, durante todo o período de Missão do Telescópico Kepler.

quais neste caso, estão correlacionadas com os modos de pulsação de KIC10670103. Os sinais de maior potência são apresentados no periodograma com maior intensidade obtidos [NASA 2014]. Na Figura 4.7 estão apresentados os períodos dos sinais com maior potência, os cinquenta maiores valores estão conjuntamente ordenados de maneira decrescente.

A Tabela 4.2 apresenta o *ranking* do principal modo de pulsação de $\sim 2,01h$ para todos (39) os conjuntos de dados obtidos.

A Figura ?? mostra o diagrama em fase obtido com o período de $P = 2,01h$. Percebe-se claramente a variação do cíclica do Fluxo com este período.

4.4 Análise de Correlação de Longo Alcance DFA

O procedimento adotado para o estudo do comportamento das escalas de variabilidade temporal de KIC10670103 é feito com a aplicação do Método DFA. A metodologia adotada segue os seguintes passos:

1. Aquisição dos conjuntos de dados;

Tabela 4.2: Resultados obtidos via o método LS para os 39 Conjunto de Dados com o período médio de $\sim 2,01 \pm 0,010$ h. O Ranking significa a ordem de potência em que o período do sinal é mais forte, para cada conjunto de Conjunto de Dados. P é o período em horas. Dia é o dia em BJD que tem início a medição do conjunto de dados.

Ranking	P(h)	Dia(BJD)
1	2,011	231,3835
1	2,012	443,4803
1	2,011	476,2773
1	2,012	504,5993
2	2,012	539,4601
1	2,012	567,3730
1	2,012	599,2087
1	2,011	630,1652
2	2,012	661,0600
1	2,012	691,1371
1	2,012	735,3546
1	2,011	753,1104
2	2,011	782,2689
1	2,012	808,5060
1	2,012	845,6145
1	2,012	874,7743
1	2,011	906,8356
2	2,011	937,7933
1	2,012	970,0786
1	2,012	1001,1992
1	2,011	1033,0536
2	2,011	1064,1122
2	2,012	1099,3998
1	2,012	1126,6365
1	2,012	1154,8967
2	2,011	1182,7276
2	2,011	1215,6880
1	2,012	1245,8286
1	2,012	1274,1301
1	2,011	1306,1504
2	2,011	1337,1689
2	2,012	1373,4790
1	2,012	1405,2925
1	2,012	1436,2278
1	2,008	1472,1079
2	2,011	1488,6594
1	2,012	1526,1337
1	2,012	1559,2168
1	2,009	1586,8029
$\bar{P} = 2,011 \pm 0,010$		

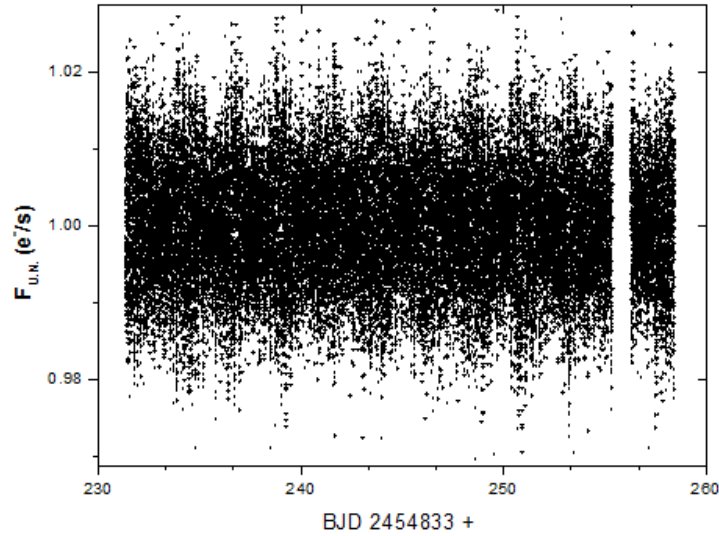


Figura 4.5: Seção da Curva de luz Total correspondente ao único Conjunto de Dados do Intervalo Q2, ou Quarto de Medição Q2 da estrela Catalogada como KIC10670103. Nesta série fotométrica os valores do brilho da estrela estão normalizados pela mediana. Há flutuações de brilho que sugerem uma pulsação, Há um pequeno intervalo de tempo quando não ocorre medição.

2. Cálculo do DFA para cada um dos 39 conjunto de dados utilizando o algoritmo de Peng et al. (1994), conforme descrito no Capítulo 3, para a determinação dos coeficientes α ;
3. Para o caso de se encontrar mais de uma reta ajustada, determinar o ponto de crossover t_{ij} (escala de tempo de transição de um regime com lei de potência α_i para α_j);

Para fins de ilustração na Figura 4.8 DFA é apresentado o resultado da aplicação deste procedimento para um dos conjuntos de dados de Q5.

4.5 Aplicação do DFA na Série Fotométrica KIC10670103

O método de análise DFA é utilizado para verificar a existência de correlação de longa escala em séries temporais será empregado nas curvas de luz baixadas. Após a utilização do algoritmo disponibilizado por PENG (apêndice) foram obtidos um arquivo com os resultados. Com o auxílio do software Originlab Versão 8.0, foi feito um gráfico de pontos, onde o eixo das abscissas (x) representa o tamanho do box de pontos (na escala \log_{10}) e no eixo das ordenadas (y) a variância do fluxo de lux normalizado (na escala \log_{10}) daquele tamanho de box.

Após a construção do gráfico acima descrito, foi possível de ajustar em dois intervalos de

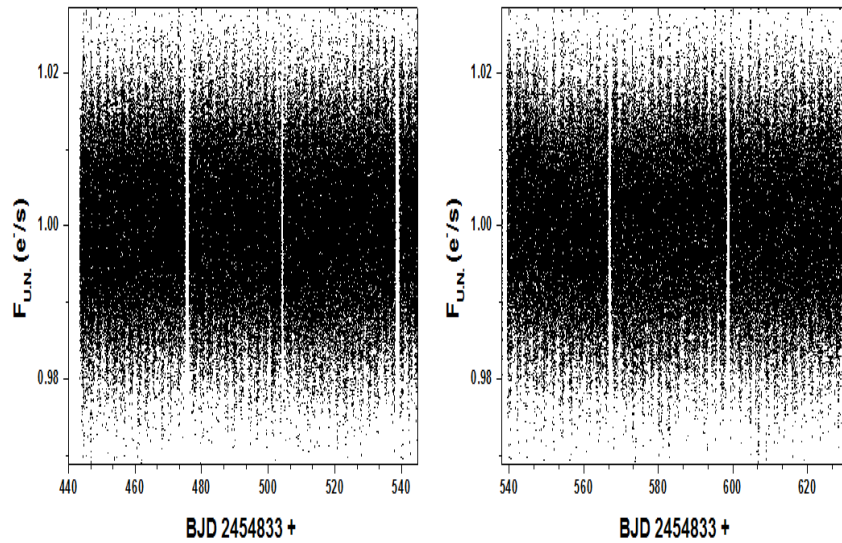


Figura 4.6: Curvas de Luz dos Quartos de Medição Q5 e Q6 de KIC10670103. Os intervalos sem medição corresponde ao tempo em que o Satélite Kepler realiza o download do Conjunto de Dados e operações de reposicionamento do fotômetro no FOV.

pontos, duas retas. Em ambas o $R^2 > 0,99$. Para cada reta ajustada foi armazenado o seu correspondente coeficiente angular.

Foram realizados os mesmos procedimentos para os outros Q's referentes as todos os Quartos disponíveis, e os principais resultados referentes aos valores de α_1 , α_2 e α_3 estão sumarizados na Tabela 4.3.

4.6 Análise DFA dos Conjuntos de Dados Individuais

A Análise DFA dos conjuntos de dados individuais mostra o comportamento de três escalas de tempos de variabilidade bem definidas $t(1) = 0,32h \pm 0,02$ e $t(2) = 2,21h \pm 0,10$. A Figura 4.9 mostra como os diferentes períodos de tempo. A variação de amplitude destes expoentes são inferiores a 3 centésimos.

A síntese deste procedimento para todos os conjuntos de dados é apresentada na Tabela 4.5.

Para efeitos de completeza, um procedimento análogo foi aplicado para todo o conjunto de dados, cobrindo a escala de tempo total de observação > 3 anos, conforme mostrado na Figura 4.10.

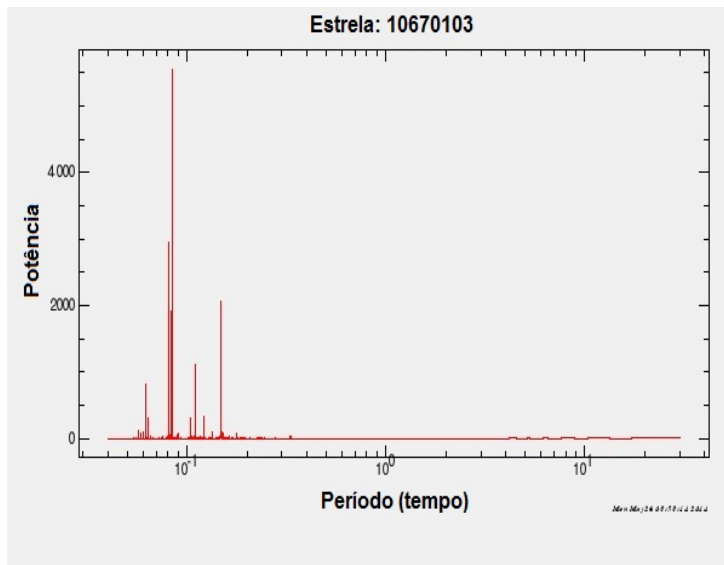


Figura 4.7: Espectro de potência Lomb-Scargle do Q02 de KIC10670103. O pico mais intenso representa o período de 2,01h.

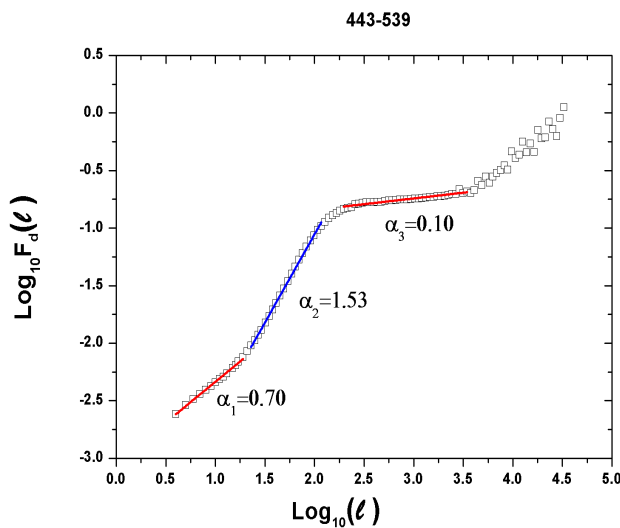


Figura 4.8: Análise DFA do Q5, utilizando o programa de Peng 2011. As linhas em contínuo representam três ajustes utilizados para obtenção dos coeficientes angulares α de diferentes regimes de correlação. As coordenadas indicadas indicam os pontos de intersecção de regimes de variabilidade.

Tabela 4.3: Coeficientes α determinados em cada conjunto de dados de curta cadência de Q2 a Q17.

Q	BJD início	BJD Final	α_1	t_{12}	α_2	t_{23}	α_3
2	231,383497785653	258,477386827245	0,72	0,34	1,50	2,22	0,10
5	443,480338664041	475,009649531995	0,73	0,33	1,54	2,14	0,09
5	476,277254510801	503,903806882248	0,73	0,34	1,52	2,21	0,12
5	504,599255839013	538,172095251779	0,71	0,34	1,53	2,25	0,13
6	539,460103136283	566,534537014580	0,70	0,31	1,53	2,47	0,08
6	567,373008293841	598,288547223135	0,76	0,32	1,58	2,41	0,07
6	599,208715478409	629,306342171483	0,73	0,31	1,55	2,29	0,09
7	630,165237648921	660,282820098065	0,69	0,34	1,51	2,14	0,16
7	661,059951117531	690,237362884348	0,72	0,32	1,54	2,14	0,10
7	691,137087982744	719,558522062856	0,70	0,28	1,50	2,19	0,07
8	735,354592330797	753,048376505918	0,72	0,31	1,55	2,18	0,07
8	753,110357492172	782,206964036195	0,72	0,32	1,54	2,23	0,10
8	782,268946217802	802,354718823437	0,73	0,32	1,54	2,18	0,07
9	808,505994270250	844,919029511838	0,72	0,32	1,53	2,26	0,08
9	845,614477136798	874,119704976699	0,70	0,33	1,52	2,24	0,09
9	874,774285429150	905,935903586178	0,71	0,32	1,51	2,17	0,08
10	906,835650198663	936,954798618520	0,74	0,31	1,55	2,11	0,11
10	937,793270780202	969,240110766979	0,73	0,30	1,51	2,13	0,12
10	970,078567078831	1000,278380340840	0,72	0,34	1,50	2,22	0,10
11	1001,199226981950	1032,276488330140	0,72	0,33	1,51	2,15	0,10
11	1033,053619578360	1063,232240641100	0,75	0,30	1,53	2,15	0,09
11	1064,112213955740	1098,335914295420	0,70	0,33	1,51	2,36	0,09
12	1099,399792917480	1125,900231417040	0,72	0,31	1,52	2,30	0,09
12	1126,636511952820	1153,996297033760	0,74	0,31	1,55	2,36	0,05
12	1154,896742046490	1182,031568794050	0,66	0,31	1,45	2,47	0,07
13	1182,727634393880	1214,991852002050	0,71	0,33	1,53	2,31	0,08
13	1215,687980414010	1244,928159449450	0,71	0,32	1,50	2,12	0,12
13	1245,828633233400	1273,066205380710	0,71	0,31	1,51	2,27	0,09
14	1274,130110998260	1305,004700497260	0,71	0,33	1,50	2,14	0,11
14	1306,150365015120	1336,309278279490	0,72	0,32	1,55	2,13	0,10
14	1337,168851933280	1371,332119631040	0,77	0,30	1,52	2,09	0,08
15	1373,478957259620	1404,311023989940	0,76	0,36	1,40	2,24	0,09
15	1405,292484106440	1435,389359956350	0,70	0,33	1,51	2,15	0,11
15	1436,227786465990	1471,146912387230	0,75	0,29	1,54	2,16	0,07
16	1472,107933008960	1477,317677070720	0,74	0,31	1,55	2,17	0,10
16	1488,659420166610	1524,968261113930	0,72	0,31	1,51	2,04	0,11
16	1526,133662170780	1557,968982647270	0,73	0,36	1,45	2,18	0,13
17	1559,216775808790	1581,590844180810	0,71	0,29	1,52	2,12	0,09
17	1586,802939590230	1591,011044007310	0,69	0,33	1,50	2,22	0,07

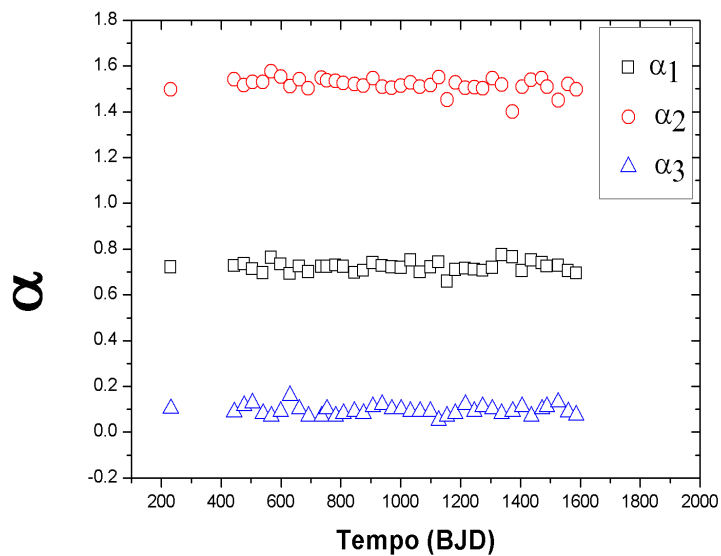


Figura 4.9: Valores α para os diferentes períodos de observação da Missão Kepler

Tabela 4.4: Síntese dos resultados apresentados da Figura 4.10.

	$\bar{\alpha}_1$	$0,72 \pm 0,02$
	$\bar{\alpha}_2$	$1,52 \pm 0,03$
	$\bar{\alpha}_3$	$0,09 \pm 0,02$
t_{ij}	t_{12}	$0,32h \pm 0,02$
	t_{23}	$2,21h \pm 0,10$

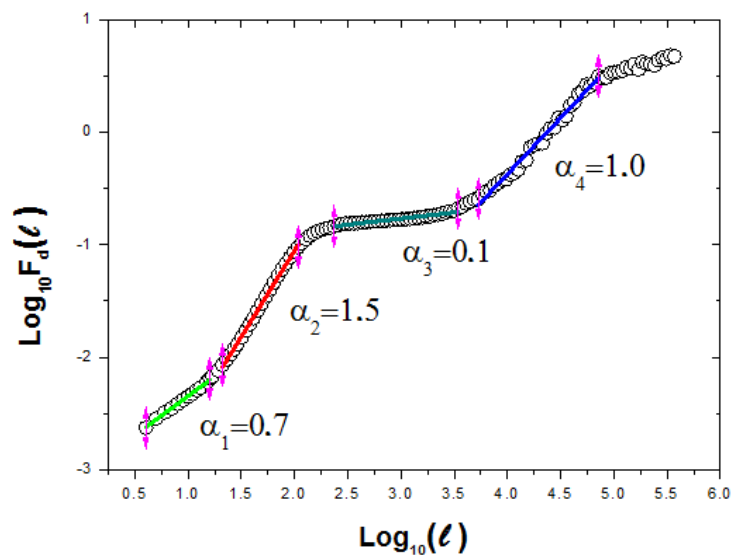


Figura 4.10: Análise DFA de todo o conjunto de dados.

4.7 Análise Utilizando o Diagrama de Fase

Outra análise é feita com os dados da curva de luz, de KIC10670103, com a obtenção de seu Diagrama de Fase correspondente ao Q2 conforme pode ser visto na Figura 4.11. Após a remoção do sinal em fase de 2.01h de maior potência sua Curva Residual é apresentada na Figura 4.12.

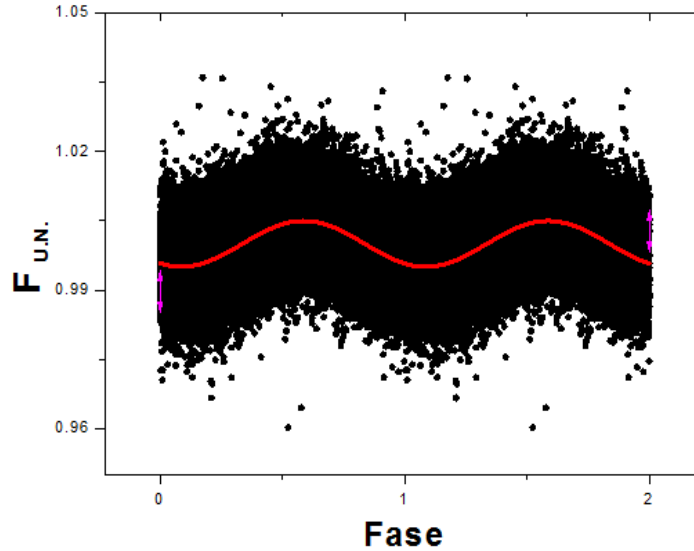


Figura 4.11: Diagrama de Fase da Estrela KIC10670103 para o períodos de 2,01 - sinal de maior potência. A curva é um ajuste senoidal de período para $p = 2,01h$

Similarmente ao adotando anteriormente para obtenção do coeficiente α da curva de luz de cada Q de medição realizamos a análise do DFA para a Curva Residual cujo $\alpha = 0,423 \pm 0,003$, conforme mostrado na Figura 4.13.

Para efeitos de comparação de comportamento de variabilidade analisamos também uma estrela, denominada KIC9543660, com variabilidade aparentemente estocástica. A Curva de Luz desta estrela analisada, em curta cadência, corresponde ao Quarto Q1 e apresentada na Figura 4.14.

Adotando o mesmo procedimento realizado para KIC10670103, o resultado da análise

Tabela 4.5: Síntese dos resultados apresentados da Tabela 4.3.

α_1	$0,70 \pm 0,01$
α_2	$1,53 \pm 0,01$
α_3	$0,11 \pm 0,01$
α_4	$1,00 \pm 0,02$
t_{12}	$0,32h$
t_{23}	$2,18h$
t_{34}	$78,14h$ ou $3,26$ dias

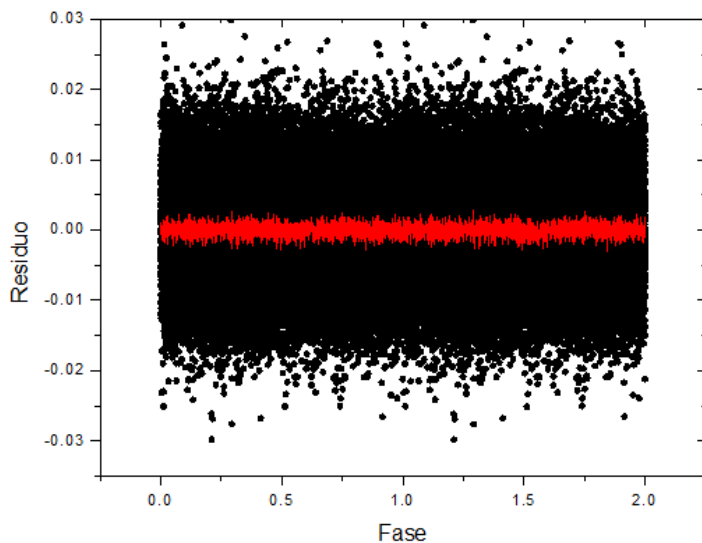


Figura 4.12: Resíduo resultante da subtração do ajuste senoidal ao diagrama de fase da estrela KIC10670103. Para efeito de melhor visualização foi feito uma suavização do sinal do resíduo.

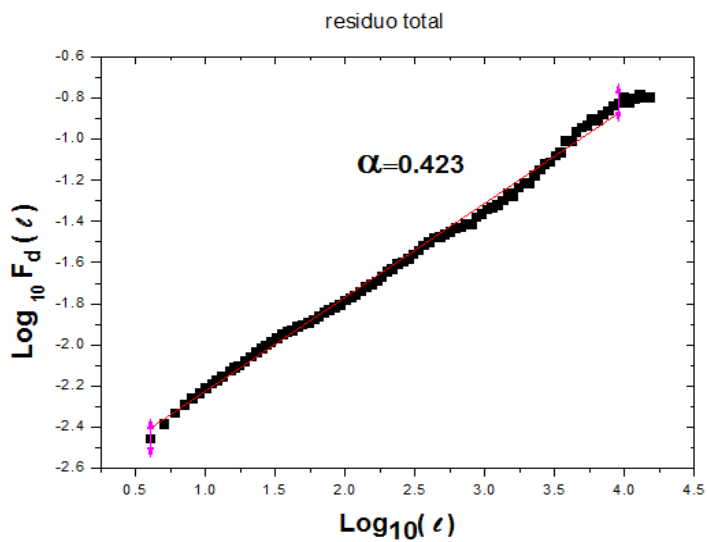


Figura 4.13: Análise DFA do diagrama de fase residual de KIC10670103.

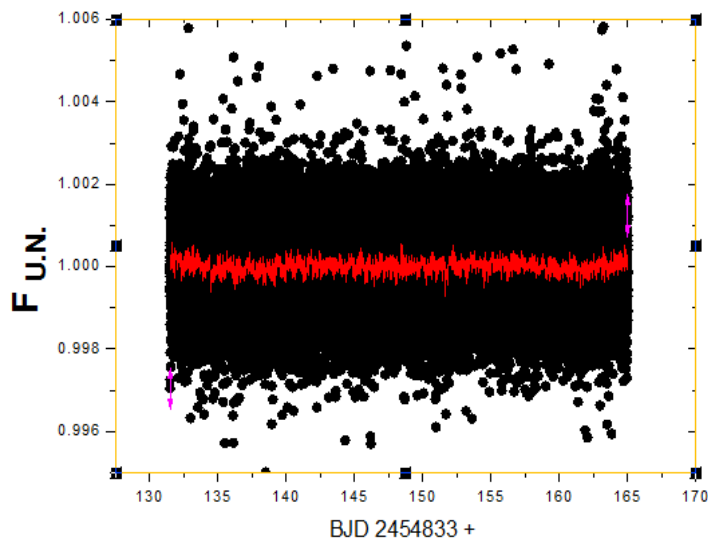


Figura 4.14: Curva luz correspondente ao Q1 de KIC9543660. Para efeito de melhor visualização realizamos uma suavização do sinal.

DFA obtido para 49032 pontos da curva de luz de KIC9543660 é apresentado na Figura 4.15. Diferentemente, esta estrela apresenta uma reta apenas com $\alpha=0,561 \pm 0,005$.

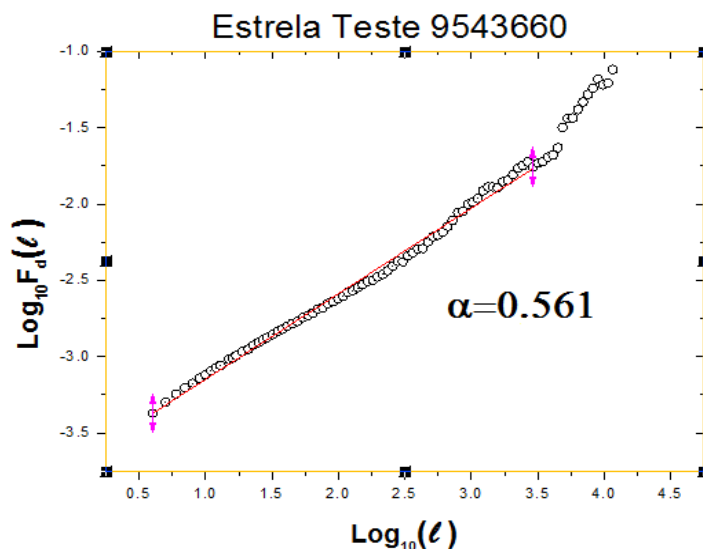


Figura 4.15: Análise DFA da Curva de Luz da Estrela KIC9543660.

4.8 Análise DFA Para o Conjunto Total de Dados

Já uma análise DFA para o conjunto total de dados mostra o comportamento com quatro escalas de tempos de variabilidade bem definidas 0,32h , 2,18h e 78,14h ou 3,26d com diferentes valores de α , entretanto os valores dos três primeiros coeficiente α_i com i de 1

a 3 são bem aproximados aos obtidos nos conjunto de dados analisados individualmente. O quarto expoente surge para escalas de tempo acima de 3,26 dias.

$$\alpha_1 = 0,70 \pm 0,01$$

$$\alpha_2 = 1,53 \pm 0,01$$

$$\alpha_3 = 0,11 \pm 0,01$$

$$\alpha_4 = 1,00 \pm 0,02$$

Crossover em:

$$t_{12} = 0,32 \text{ h}$$

$$t_{23} = 2,18 \text{ h}$$

$$t_{34} = 78,14 \text{ h ou } 3,26\text{d}$$

Para uma visualização do que corresponde o ponto de mudança de variabilidade em cada uma das escalas de tempo apresentamos, a seguir, secções das curvas de luz. Em cada uma delas a linha é apresentada uma linha que foi adicionada como suavização dos sinais, conforme mostrado nas Figuras 4.16 a 4.18.

4.9 *Trabalhos existentes de outros autores sobre o assunto*

Em modos de pulsação de estrelas sdBV observadas com Kepler, Reed et al, 2012 [Reed et al. 2012] trás resultados de testes com cinco métodos diferentes do DFA (Período Transformado (utilizando a Fourier Transform), Kolmogorov-Smirnov etc) para identificar espaçamentos de períodos de pulsação. Este métodos foram aplicados para várias estrelas além da estrela KIC10670103. Nem todas as estrelas tiveram resultados positivos para para alguns métodos. Ou melhor, alguns métodos deram resultados diferentes no caso de algumas estrelas. Em suas conclusões Reed lamenta não identificar em um método que seja possível, sem tendências, indique períodos de pulsação igualmente espaçados. Para a estrela em questão foram identificados resultados convergentes com valores encontrados com Krzesinski [Krzesinski e Bachulsk 2013], de espaçamentos de períodos de $\approx 145s \approx 250s$.

Por outro lado, comportamentos fractal e multifractal já foram verificados em series temporais relativas a estrelas e a modelos estelares em trabalhos recentes [Moret 2014] e [Bhatraju e Das 2014]. Neste último dando enfoque a análise utilizando modelos matemáticos de estrelas e utilizando o expoente de Hurst e o primeiro com relação a um caso prático real de médias de manchas solares.

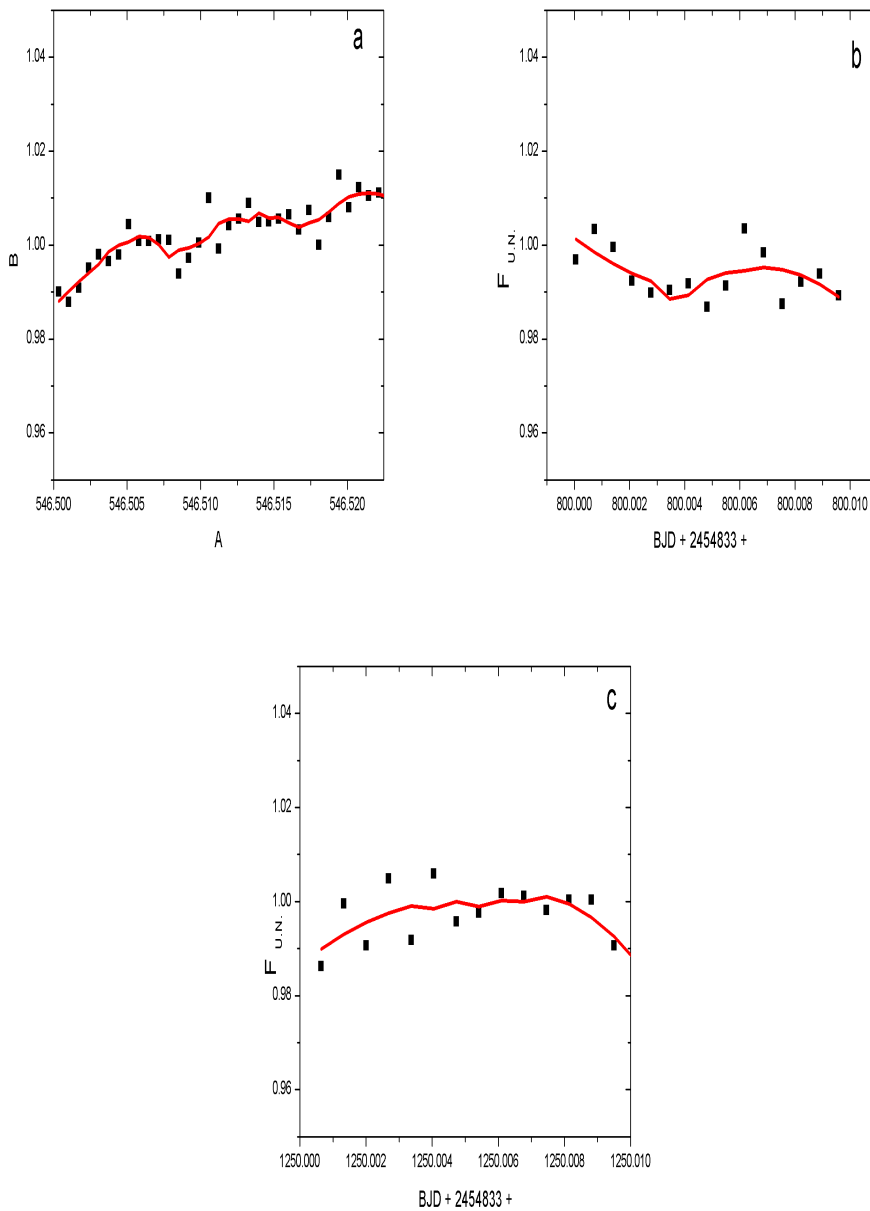


Figura 4.16: A escala de tempo apresentada a curva de luz da estrela KIC10670103 correspondente a $(\alpha_1 = 0,7)$, equivale ao dobro - 0,32h. A linha é uma suavização do sinal.

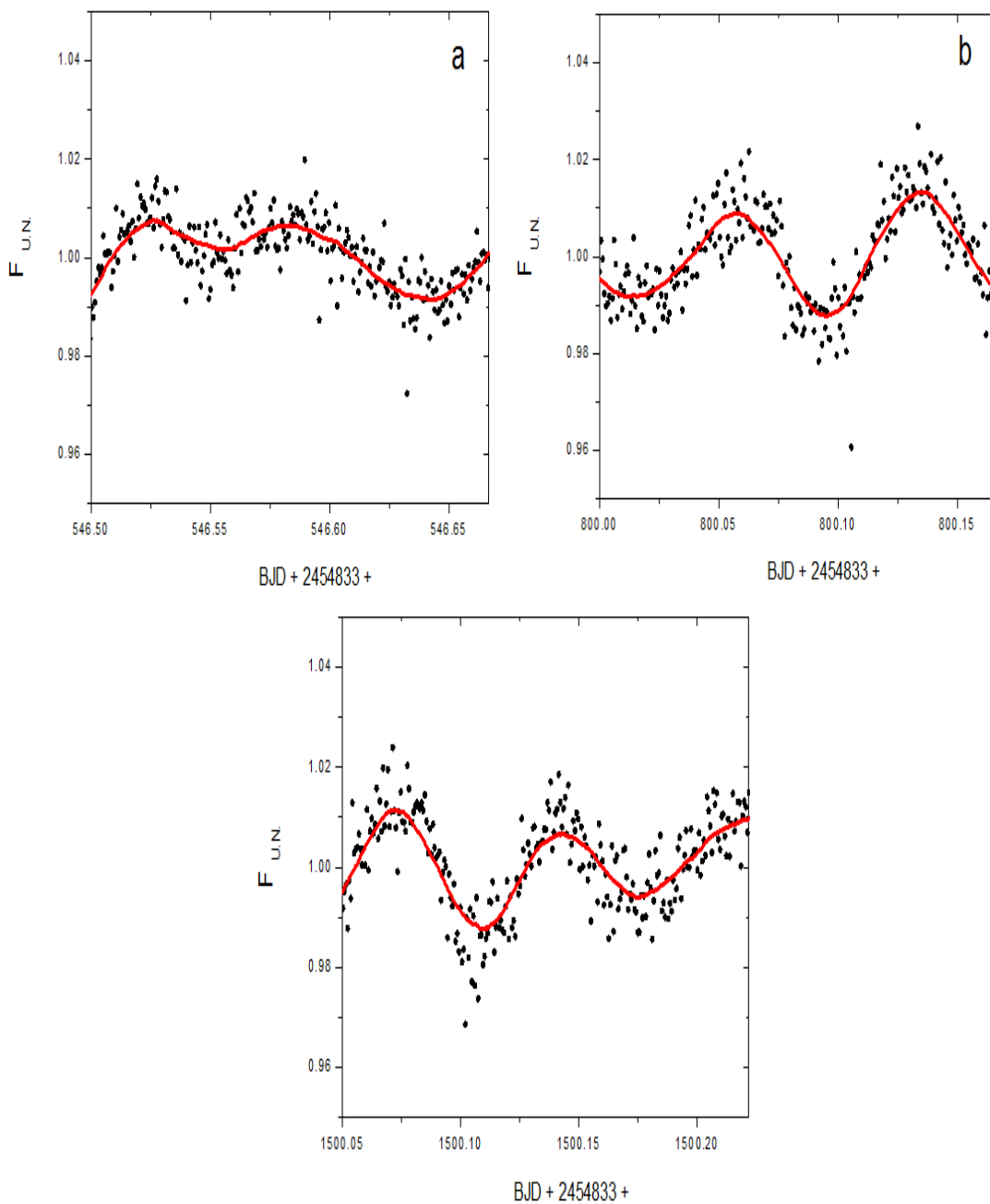


Figura 4.17: A escala de tempo apresentada a curva de luz da estrela KIC10670103 correspondente a $(\alpha_2 = 1,5)$, equivale ao dobro - 2,21h. A linha é uma suavização do sinal.

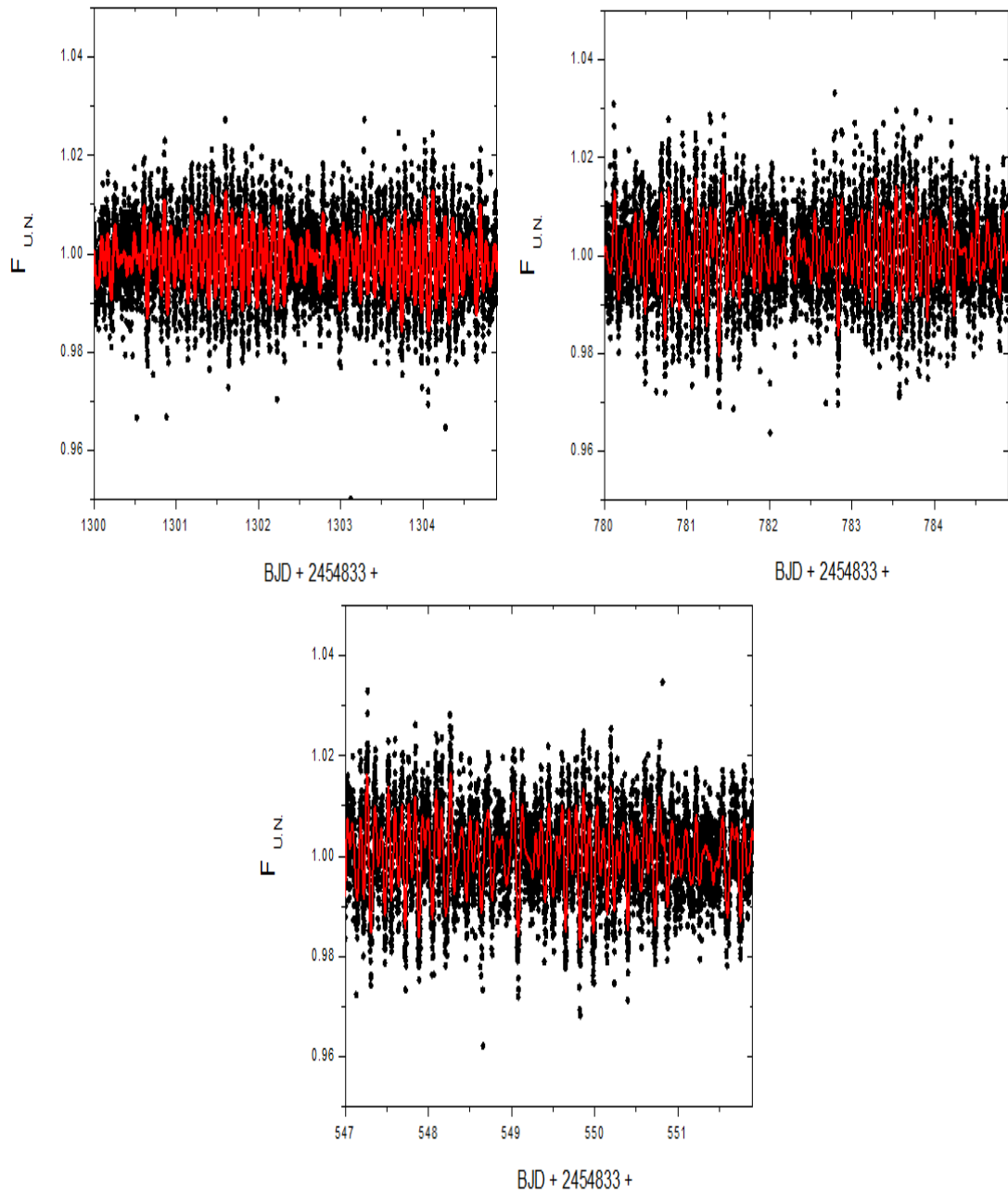


Figura 4.18: A escala de tempo apresentada a curva de luz da estrela KIC10670103 correspondente a $(\alpha_3 = 0,1)$, equivale ao dobro - 78,14h. A linha é uma suavização do sinal.

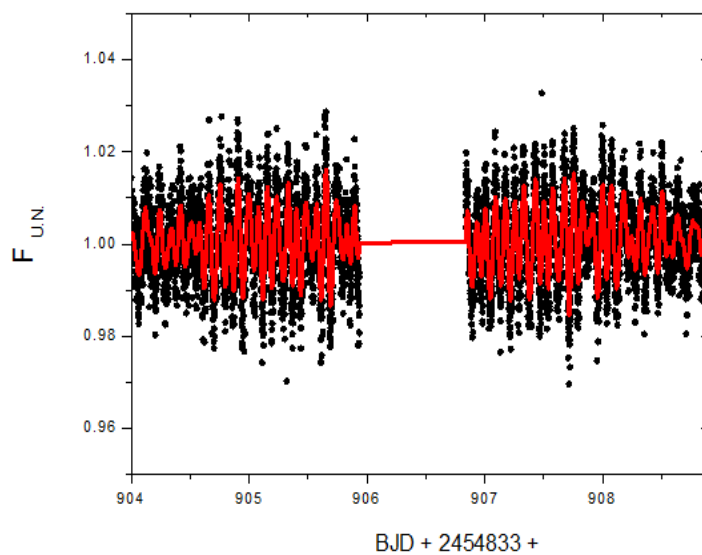


Figura 4.19: A escala de tempo apresentada a curva de luz da estrela KIC10670103 correspondente a $(\alpha_3 = 0,1)$, equivale ao dobro - 78,14h. A linha é uma suavização do sinal.

Conclusão

Tendo como objetivo de identificar a variabilidade de um sistema astrofísico, denominada KIC10670103 utilizando o método DFA, obtivemos informações de comportamento de auto-afinidade do sinal em diferentes escalas de tempos e a mudança deste comportamento em tempos específicos calculados a partir de intersecções de retas concorrentes ajustadas.

Aplicando o método DFA foi possível identificar padrões de sinal em séries temporais, de curta cadência, relativas aos conjuntos de dados que estão contidos em cada quarto de medição, ~ 30 dias, obtidas do satélite Kepler com três valores distintos: $\bar{\alpha}_1 = 0,72 \pm 0,02$, $\bar{\alpha}_2 = 1,52 \pm 0,03$ e $\bar{\alpha}_3 = 0,09 \pm 0,02$.

Quando aplicado o método DFA para todos os quartos de medição disponíveis para *download* no site do satélite Kepler, até o momento do fechamento deste trabalho, em curta cadência, ou seja, $>$ três anos de medição, identificamos quatro valores distintos: $\alpha_1 = 0,70 \pm 0,01$, $\alpha_2 = 1,53 \pm 0,01$, $\alpha_3 = 0,11 \pm 0,01$ e $\alpha_4 = 1,00 \pm 0,02$.

Encontramos para um dos pontos de crossover (ponto médio entre o último ponto da reta ajustada e o ponto seguinte a ele) do DFA de $2,01\text{h} \pm 0,03$. Este valor está próximo ao período de maior potência de sinal obtido anteriormente por [Reed et al. 2010] que foi de $2,011439$ ($3,6 \times 10^{-5}$) h.

Dentro de escalas de tempo que compreendem cada um destes valores de α foi possível identificar padrões de sinais, do sistema astrofísico em estudo, considerando que o DFA toma como parâmetro para seus cálculos valores médio. Isso pôde ser verificado quando da interrupção de medição, evento ocorrido na mudança do terceiro conjunto de dados, do quarto de número nove, para o primeiro conjunto de dados, do quarto de número dez, quando foi possível inferir o comportamento do sinal Figura 4.19.

Considerando que o brilho da estrela KIC10670103 é ocasionado por modo-g de pulsações (gravitacionais). Desse modo, sua fotometria condiz com oscilação decorrente da temperatura e pressão na estrela (Reed et. al. 2010). As escalas de tempo verificadas, com o DFA, demonstram diferentes momentos de comportamento do brilho da estrela e este mesmo comportamento é verificado em diferentes momentos da missão. A associação deste comportamento auto-afim da estrela com um mecanismo físico carece de mais investigações. Apesar disso foi identificado a escala de tempo do período principal de oscilação.

Este novo estudo da utilização do método DFA para identificação de periodicidades em

sinais reais de sistemas astrofísicos estelares mostra-se como sendo robusto para identificação de períodos em longas escalas de tempos de observação, agregando mais informação ao sistema com observações de longos períodos observações, com maior tempo na curva de luz, mais um valor $\alpha = 1,0 \pm 0,02$ foi identificado. A cada crossover de lei de potência verificamos que a apresentação do sinal muda conforme visto em Figuras 4.16, 4.17 e 4.18.

De acordo com os valores de α s calculados o sistema muda de comportamento de persistente para anti-persistente segundo escalas de tempo de duração conforme a Tabela 5.1. Para estes valores os tempos foram calculados a partir do ponto de intersecção das retas ajustadas.

α	P(h)	Comportamento do Sistema
$0,70 \pm \pm 0,01$	0,32	Persistente e de longa prazo
$1,53 \pm \pm 0,01$	2,18	Oscilatório Pulsante
$0,11 \pm \pm 0,01$	78,14	Anti-persistente e de longo prazo
$1,00 \pm \pm 0,02$		Equivalente a ruído rosa presente em muito sistemas físico,

Tabela 5.1: Comportamentos do Sistema segundo o valor do DFA obtido e suas escalas de tempo de crossover.

5.1 *Trabalhos Futuros*

Considerando que a precisão do tempo, em geral, na medição de eventos astronômicos é de fundamental importância e diante da grande quantidade de dados coletados pela Missão Kepler caberia uma prospecção de possíveis fontes de luz na tentativa de se estabelecer uma relação entre séries temporais de fontes que, praticamente, foram coletadas ao mesmo tempo e dentro de uma mesma região de céu. Nesta análise poderia ser empregado o método ρ DCCA [Zebende 2011], que tem se demonstrado robusto em medir nível de correlação e identificar sazonalidades existente entre séries temporais.

Além de uma investigação na duração dos intervalos de tempo entre os diferentes valores de α para diferentes classes de estrelas variáveis. Esperando relacionar estas escalas de tempos de comportamentos auto-afins a mecanismos físicos e ou a características de suas classificações.

5.2 *Agradecimentos e Publicação dos Dados*

Este trabalho possui dados coletados pela Missão Kepler. O Financiamento para a Missão Kepler foi realizado pelo Diretório de Missões Científicas da NASA. Desde já fica o agradecimento a esta concessão. This paper includes data collected by the Kepler mission.

Funding for the Kepler mission is provided by the NASA Science Mission Directorate.

Some of the data presented in this paper were obtained from the Mikulski Archive for Space Telescopes (MAST). STScI is operated by the Association of Universities for Research in Astronomy, Inc., under NASA contract NAS5 26555. Support for MAST for non HST data is provided by the NASA Office of Space Science via grant NNX09AF08G and by other grants and contracts.

Referências Bibliográficas

- [AL et al. 2001]AL, G. et al. *Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals*. Novembro 2001.
- [Anteneodo 2004]ANTENEODO, C. Processos estocásticos. In: *V Escola do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas*. Rio de Janeiro: [s.n.], 2004. p. 1–34. Disponível em: <<http://mesonpi.cat.cbpf.br/e2004/docs/PG2-cban.pdf>>.
- [Bhatraju e Das 2014]BHATRAJU, N. K.; DAS, M. On multifractal and synchronization of nonlinear stellar pulsators. *Astrophys Space Sci*, v. 352, p. 83–94, abril 2014.
- [Borucki et al. 2008]BORUCKI, W. et al. Finding earth-size planets in the habitable zone: the kepler mission. *IAU Symposium*, 2008.
- [Borucki et al. 2010]BORUCKI, W. J. et al. Kepler planet-detection mission: Introduction and first results. *SCIENCE*, v. 327, p. 977–980, Fevereiro 2010.
- [Borucki e Summers 1984]BORUCKI, W. J.; SUMMERS, A. L. The photometric method of detecting other planetary systems. *ICARUS*, 1984.
- [Box e Jenkins 1976]BOX, G. P.; JENKINS, G. M. *Time series analysis: forecasting and control*. [S.l.]: New York: Holden Day, 1976.
- [Capelato 2013]CAPELATO, H. *XVI Curso de Introdução à Astronomia e Astrofísica. Apostila da Divisão de Astrofísica do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)*. [S.l.], 2013.
- [Cleve 2009]CLEVE, J. V. Data analysis working group (dawg). *Kepler Data Release Notes 2*, KSCI-19042, p. 1–37, Outubro 2009.
- [E. 2014]E., M. C. *Índice do Dicionário Técnico*. Março 2014. Disponível em: <<http://www.hardware.com.br/termos/pipeline>>.
- [Eastman 2014]EASTMAN, J. *Baricentric Julian Day*. Junho 2014. Disponível em: <http://astroutils.astronomy.ohio-state.edu/time/bjd_explanation.html>.
- [Eastman, Siverd e Gaudi 2010]EASTMAN, J.; SIVERD, R.; GAUDI, B. S. Achieving better than 1 minute accuracy in the heliocentric and barycentric julian dates. *Astronomical Society of Pacific*, v. 122, p. 935–946, 2010.
- [EHLERS 2007]EHLERS, R. S. *ANÁLISE DE SÉRIES TEMPORAIS*. [S.l.]: Laboratório de Estatística e Geoinformação Universidade Federal do Paraná, 2007.

- [Falcão 2012]FALCÃO, A. J. T. *Detecção de correlação e causalidades em séries temporais não categóricas*. Dissertação (Mestrado em engenharia informática) — Universidade Nova de Lisboa - Faculdade de ciências e tecnologia - Departamento de informática, Lisboa, 2012. Disponível em: <<http://www.rcaap.pt/detail.jsp?id=oai:run.unl.pt:10362/7814>>.
- [Feder 1988]FEDER, J. *Fractals*. New York,: Plenum Press, New York, 1988.
- [Galhardo 2010]GALHARDO, C. E. C. *Análise e modelagem estocástica do barorreflexo através de séries temporais de pressão arterial sistólica*. Tese (Doutorado em Física) — Universidade Federal Fluminense, Instituto de Física, 2010.
- [Haas et al. 2010]HAAS, M. R. et al. Kepler science operations. *The Astrophysical Journal Letters*, v. 713, p. 115L119, Abril 2010.
- [Hardstone et al. 2012]HARDSTONE, R. et al. Detrended fluctuation analysis: a scale-free view on neuronal oscillations. *METHODS ARTICLE*, v. 3, n. 450, p. 1–13, Novembro 2012.
- [Heber 2010]HEBER, U. Hot subdwarf stars. *Annu. Rev. Astron. Astrophys*, v. 47, p. 211251, 2010.
- [Heber et al. 1984]HEBER, U. et al. The atmosphere of subluminoous b stars. *Astronomy and Astrophysics*, v. 130, p. 119–130, 1984.
- [Howell et al. 2014]HOWELL, S. B. et al. The k2 mission: Characterization and early results. *PASP*, Accepted, março 2014.
- [Jeffery 2005]JEFFERY, C. S. Pulsations in subdwarf b stars. *J. Astrophysics Astronomy*, v. 26, p. 261271, 2005.
- [Jenkins et al. 2010]JENKINS, J. M. et al. Overview of the kepler science processing pipeline. *The Astrophysical Journal Letters*, v. 713, p. 87–91, Abril 2010.
- [Kantelhardt 2008]KANTELHARDT, J. W. Fractal and multifractal time series. *Institute of Physics, Martin-Luther-University*, p. 1–59, 2008. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/0804.0747>>.
- [Kantelhardt 2012]KANTELHARDT, J. W. *Mathematics of Complexity and Dynamical Systems Fractal and Multifractal Time Series*. New York: Springer, 2012.
- [Koch et al. 2010]KOCH, D. G. et al. Kepler mission design, realized photometric performance, and early science. *The Astrophysical Journal Letters*, v. 713, p. 79–86, Abril 2010.
- [Krziesinski e Bachulsk 2013]KRZESINSKI, J.; BACHULSK, S. *Being rich helps the case of the sdBV KIC 10670103*. www.astro.uni.wroc.pl/.../Day4-1545-Krziesinski.pdf, Agosto 2013.

- [Lomb 1976]LOMB, N. R. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *Kluwer Academic Publishers and Astrophysics and Space Science*, v. 39, p. 447–462, 1976.
- [Moret 2014]MORET, M. A. Self-affinity and nonextensivity of sunspots. *Physics Letter A*, n. 378, p. 494–496, 2014.
- [Moret et al. 2003]MORET, M. A. et al. Fluctuation analysis of stellar x-ray binary systems. *Physical Review E*, v. 68, p. 041104, 2003. Disponível em: <http://www.aticenter.com.br/mestrdomcti/mcti/uploads/Profiles/pR041104_2003.pdf>.
- [Morettin 2004]MORETTIN, P. A. *Econometria Financeira*. [S.l.]: Departamento de Estatística Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, 2004.
- [NASA 2014]NASA. *Exoplanet Science Institute Periodograma*. Janeiro 2014. Disponível em: <http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/cgi-bin/ICETimeSeriesViewer/nph-ICetimeseriesviewer?inventory_mode=id_singleidtype=sourceid=10670103dataset=Kepler>.
- [Peng et al. 1994]PENG, C. et al. Mosaic organization of dna nucleotides. *Physical Review E*, United States, v. 49, n. 2, p. 1685–1989, 1994.
- [Peng et al. 1994]PENG, C. K. et al. On the mosaic organization of dna sequences. *Physical Review E*, v. 49, p. 1685–1689, 1994. Disponível em: <<http://polymer.bu.edu/hes/articles/pbhssg94.pdf>>.
- [PODOBNIK e STANLEY 2008]PODOBNIK, B.; STANLEY, H. E. Detrended cross-correlation analysis: A new method for analyzing two nonstationary time series. *Physical Review Letters*, v. 100, p. 084102, 2008. Disponível em: <<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.100.084102>>.
- [Press e Rybicki 1989]PRESS, W. H.; RYBICKI, G. B. Fast algorithm for spectral analysis of unevenly data. *The Astrophysical Journal*, v. 338, p. 277–280, Março 1989.
- [PRESS et al. 2007]PRESS, W. H. et al. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. 3^a. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007.
- [Reed et al. 2012]REED, M. D. et al. Pulsation modes of sdbv stars observed with kepler. *Astronomical Society of Pacific*, v. 452, p. 185–192, 2012.
- [Reed et al. 2010]REED, M. D. et al. First kepler results on compact pulsators iii. subdwarf b stars with v1093 her and hybrid (dwlyn) type pulsations. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, n. 409, p. 14961508, 2010.
- [Rubble e Humason 1931]RUBBLE, E.; HUMASON, M. L. The velocity-distance relation among extra-galactic nebulae. *American Astronomical Society*, v. 74, p. 43–80, Março 1931.

- [Scargle 1982]SCARGLE, J. D. Studies in astronomical time series analysis ii. statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *The Astrophysical Journal*, v. 263, p. 835–853, Dezembro 1982.
- [Thompson e Fraquelli 2012]THOMPSON, S. E.; FRAQUELLI, D. *Kepler Archive Manual*. Kdmc-10008-004. Baltimore. MD, Abril 2012.
- [Zebende e Machado 2009]ZEBENDE, G.; MACHADO, A. Cross-correlation between time series of vehicles and passengers. *Physica A*, v. 388, p. 4863–4866, 2009. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2009.07.046>>.
- [Zebende, Silva e Machado 2013]ZEBENDE, G.; SILVA, M. da; MACHADO, A. Dcca cross-correlation coefficient differentiation: Theoretical and practical approaches. *Physica A*, v. 392, p. 1756–1761, 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2013.01.011>>.
- [Zebende 2011]ZEBENDE, G. F. Dcca cross-correlation coefficient: Quantifying level of cross-correlation. *Physica A*, v. 390, p. 614–618, 2011.
- [Zebende et al. 2004]ZEBENDE, G. F. et al. Studying long-range correlations in a liquidvapor-phase transition. *Physical A*, v. 342, p. 322–328, 2004. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2004.01.071>>.
- [Zebende, Silva e Machado 2011]ZEBENDE, G. F.; SILVA, P. A. D.; MACHADO, A. Study of cross-correlation in a self-affine time series of taxi accidents. *Physica A*, v. 390, p. 1677–1683, 2011. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2010.12.038>>.