

## **ENSINO DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS BASEADO NO MÉTODO PBL (PROJECT/PROBLEM-BASED LEARNING), INTEGRADO A FERRAMENTAS PARA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL**

**Paulo. Xavier<sup>1</sup> e Renelson. Sampaio<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Faculdade de Tecnologia Senai Cimatec, [pahenfax@gmail.com](mailto:pahenfax@gmail.com)

<sup>2</sup>Faculdade de Tecnologia Senai Cimatec, [renelson.sampaio@fieb.org.br](mailto:renelson.sampaio@fieb.org.br)

### **RESUMO**

*Considera-se o ensino das equações diferenciais ordinárias (EDOs) como de fundamental importância no aprendizado de conceitos estudados em engenharia, ao tempo em que pesquisas evidenciam também as dificuldades dos alunos no processo de aprendizagem destes mesmos conceitos. Este trabalho tem por objetivo mostrar os resultados de aplicação do método Problem-Based Learning PBL e da modelagem de EDOs em um grupo de estudantes do curso de Engenharia Mecânica da Faculdade Senai CIMATEC. Neste contexto, a hipótese principal da pesquisa é a possibilidade da eficácia do uso do método PBL no ensino de EDOs e, desta forma, o problema proposto para essa pesquisa visa a veracidade ou não do ensino de EDOs, utilizado-se deste método. Para consolidar esta investigação aplica-se a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) na construção de procedimentos para compreensão do ensino das equações diferenciais. A fim de alcançar os objetivos estabelecidos, foram utilizados os conhecimentos prévios adquiridos pelos alunos, para apropriação de novos conhecimentos utilizando exemplos relacionados a partir da vivência do cotidiano favorecendo a aprendizagem significativa. Os resultados após a avaliação quantitativa no final do trimestre mostraram um melhor rendimento dos discentes os quais avaliaram positivamente o método empregado que lhes proporcionou motivação, dinamismo, trabalho em equipe, pesquisa, habilidades interpessoais e melhores atitudes comportamentais referentes as colocações dos colegas.*

**Palavras-Chaves:** *Ensino de Equações Diferenciais; Aprendizagem baseada em problemas; Campos Conceituais.*

### **ABSTRACT**

*The teaching of mathematics is fundamental to any course in the exact area. It is considered the teaching of differential equations is of fundamental importance to the learning of engineering at the time that also highlight the difficulties of students in the learning process, the big question on many function in forums of learning difficulties*

*presented, as well as the high evasion in the first periods of the students enrolled in this course. This study aims to apply the method Problem-Based Learning PBL in a group of undergraduate students of Mechanical Engineering, Faculty Senai CIMATEC. In this context, the main hypothesis of research is the possibility of the effective use of the PBL teaching method in ODE and thus, this problem proposed research aims to truth or not of ODEs effectiveness of teaching, this method is used, .to consolidate this research applies to the Conceptual Fields Theory for the construction procedures for understanding the teaching of differential equations. In order to reach the goal set was used prior knowledge acquired for ownership of new knowledge using examples related from the everyday experience promoting meaningful learning. The results after the quantitative evaluation in the final quarter showed a better performance of students which positively evaluated the method employed that gave them motivation, dynamism, teamwork, research, interpersonal skills and better behavioral attitudes regarding the placement of colleagues.*

**Keywords: Teaching Differential Equations; Problem-based learning; Conceptual Fields.**

## 1. INTRODUÇÃO

A incorporação da Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC), associada com o uso igualmente crescente da Matemática, tanto na formalização das teorias quanto das aplicações nas mais diversas áreas do conhecimento, notadamente aquelas que têm como principal objeto processos e fenômenos naturais, tem exigido transformações nas estruturas cognitivas e, por conseguinte, na forma de apresentar os conceitos.

A modelagem computacional resultante da aplicação do uso da TIC como parte da ferramenta na análise daqueles processos e fenômenos naturais se apresenta como uma oportunidade para aprofundar e expandir as pesquisas e as aplicações nas diversas áreas das Engenharias, bem como no ensino de elementos constantes em seus currículos.

Por outro lado, tem sido observado nos últimos anos, uma crescente dificuldade no aprendizado da matemática, desde o ensino secundário ao superior [2]. Vários são os autores que se empenham nos estudos e dificuldades do aprendizado e ensino da Matemática; [3], [4], [5]. O estudo desses autores leva a um único ponto: relacionar a Matemática da sala de aula com a Matemática do cotidiano fará com que os alunos a compreendam de forma menos problemática.

Com a expansão do ensino superior no Brasil, que teve início com a implantação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, novos cursos de engenharia vêm sendo implementados em todo o território nacional, de forma a estimular a formação de profissionais tanto nas áreas das ciências básicas (Química, Física, Matemática, etc), quanto mais especificamente de Engenheiros, a fim de atender a

demanda por profissionais qualificados, necessários no processo de desenvolvimento econômico e social.

Nesse contexto, se destaca o uso das Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) como uma poderosa ferramenta na análise de problemas e proposta de solução nas diversas áreas das Engenharias. A incorporação dos recursos da TIC, desta manipulação de grande volume de dados quanto à disponibilidade de poderosos processadores computacionais, vem potencializando significativamente o uso da Matemática.

Pelas razões aqui elencadas, utiliza-se o método de aprendizagem baseado em problemas ABP ou (*Problem based learning*) - PBL, como complemento aos modelos tradicionais, que possuem algumas limitações quando avaliados sob a perspectiva da aplicação prática dos conhecimentos apresentados em sala de aula.

Esta pesquisa contemplou o desenvolvimento de uma metodologia que teve como eixo central a aplicação do método PBL com suporte ao processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de derivada, taxa de variação, integrais e modelagem algébrica de problemas, especificamente no ensino introdutório de EDOs, na disciplina de Cálculo A, no Curso de Engenharia Mecânica da Faculdade de Tecnologia SENAI CIMATEC.

Para tanto, utilizamos uma estratégia de ensino e aprendizagem aliada à teoria neo-cognitivista de Vergnaud [6], em conjunto com um grupo focal de estudo para desenvolver uma metodologia com base na utilização de campos conceituais na área associada, e com o uso de modelagem por meio do "software WINPLOT", corroborando nossa estratégia por meio dos resultados, que nos permitiram verificar a acurácia das estratégias implementadas, uma vez que a correção das atividades demonstrou tornar mais fácil o ensino de integrais por meio da modelagem empregada, como trataremos nos resultados.

A pesquisa buscou responder a uma pergunta muito frequente em salas de aula na disciplina que trata das equações diferenciais: para que estudar essas equações e onde aplicá-las?

## **2. REFERENCIAS TEÓRICOS: A PBL E TEORIA DE VERGNAUD**

### **2.1. A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS DE VERGNAUD**

A pesquisa utiliza-se de alguns elementos da teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud como possível referencial para o ensino da disciplina de Cálculo no Curso de Engenharia Mecânica e para pesquisa nesta área. Além de descrição em si, são estabelecidas algumas pontes entre essa teoria e outros referenciais como, por

exemplo, aprendizagem significativa, resolução de problemas e representações mentais.

Vergnaud toma como premissa que o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um grande período de tempo, a partir de experiência adquirida, maturidade e aprendizagem [6]. Campo conceitual é, para ele, um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição [1].

## 2.2 PBL (PROBLEM BASED LEARNING)

A PBL usa o problema para motivar, focar e iniciar a aprendizagem, além de promover a construção dos conhecimentos e objetiva o desenvolvimento de habilidades e atitudes tidas como importantes para uma prática profissional efetiva, promovendo a construção dos conhecimentos. As diferentes implementações da PBL têm em comum um processo que pode ser resumido no seguinte conjunto de atividades:

Por meio de discussão ou reflexão, os alunos levantam e anotam questões de aprendizagem acerca dos aspectos do problema que não compreendem, de forma a melhor evidenciá-lo;

Apresenta-se um problema aos alunos que, em grupos, ou individualmente, organizam suas ideias, tentam defini-lo, reescrevê-lo e solucioná-lo com o conhecimento que já possuem, ou seja, mesmo sem que tenha adquirido ainda o domínio de uma base teórica;

Os alunos priorizam as questões de aprendizagem levantadas e planejam quando, como, onde e por quem estas questões serão investigadas para serem posteriormente compartilhadas com o grupo ou estabelecem, de forma individual, as etapas para que o mesmo possa atuar na problemática;

Quando os alunos se reencontram, ou quando o aluno individualmente faz auto-reflexão do trabalho, exploram, ou explora, as questões de aprendizagem anteriores, integrando seus novos conhecimentos ao contexto do problema de forma evidenciar avanços ou entraves; e

Concluído o trabalho com o problema, os alunos avaliam: o processo, a si mesmos e seus pares de modo a desenvolverem habilidades de auto-avaliação e avaliação construtiva de colegas, imprescindíveis para uma aprendizagem autônoma eficaz.

O papel do professor e dos alunos na PBL, no seu conjunto de atividades, não só acarreta mudanças no processo de ensino-aprendizagem como também apresenta desafios para seus principais atores, pois, a metodologia PBL implica diferentes papéis tanto aos professores, quanto aos alunos.

### 2.3 A MODELAGEM DE PROBLEMAS

A partir da equação do pêndulo e da análise de um programa feito em Scilab, os alunos puderam alterar os parâmetros da equação, comparando resultados e discutindo em sala, entre eles e com o professor, os resultados obtidos. Para tanto, foi apresentada a equação e após trabalhar teoricamente em sala alguns resultados, passou-se à etapa de verificação e, por último, a de modelagem. A equação diferencial ordinária que governa o movimento do pêndulo é a chamada "equação de Mathieu":

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l} \sin\theta = 0$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade e  $l$  é o comprimento da haste. Pode-se reescrever esta equação na forma usual de sistemas dinâmicos:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} \omega \\ -\frac{g}{l} \sin\theta \end{bmatrix}$$

O código utilizado encontra-se no sítio

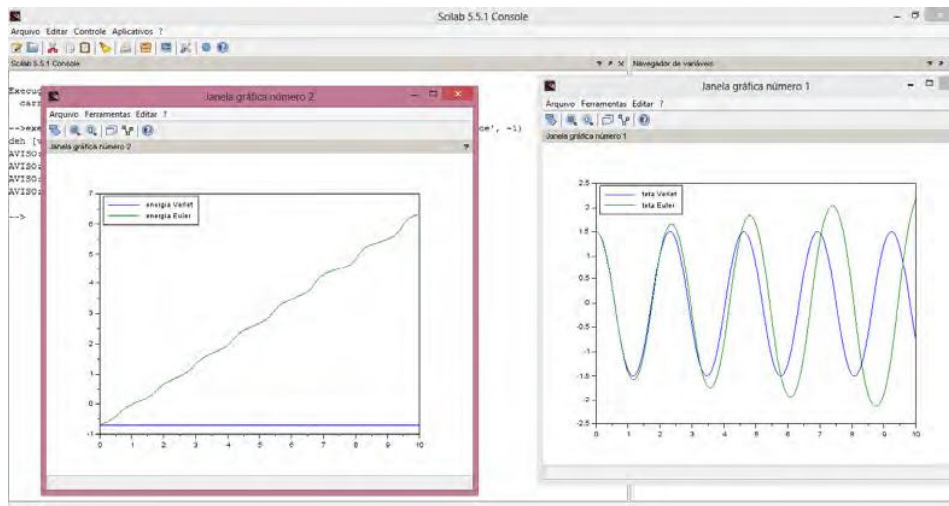


Figura 1: Modelagem de EDO no software Scilab

### 3. O REFERENCIAL TEÓRICO NO CONTEXTO DAS EDOs

Buscando de início uma melhor compreensão por parte dos alunos no que se refere ao ensino e aprendizagem das EDOs, foi proposto a utilização do método PBL, com *WINPLOT* servindo de ferramenta para implementação dos problemas propostos e, por fim, o uso do software *Scilab* para modelagem de algumas EDOs, bem como discussão dos resultados. A pesquisa foi focada na aplicação da Teoria dos Campos Conceituais, a partir de detecção de invariantes operatórios que não serão tratados aqui pela densidade de informações que tais análises carregam intrinsecamente, mas que serviram a um resgate dos conceitos estudados inicialmente na disciplina de Cálculo A, para embasar os estudos referentes a EDOs e proporcionar a compreensão e interpretação para solução dos problemas propostos, sua representação gráfica e discussão do seu significado.

Neste sentido, a intervenção pedagógica ocorreu a partir do próprio aluno, por meio de relações e convencimento com fins de admissão da proposta de aprendizagem baseada em problemas, ao tempo em que o papel do professor consistiu em elaborar e aplicar um conjunto de atividades que proporcionasse aos alunos experiências, em escalas de dificuldade, para que os mesmos passassem a compreender os diversos aspectos do modelo teórico em análise, ou seja, as equações diferenciais.

Utilizando em conjunto o modelo PBL como suporte neste processo de ensino-aprendizagem interdisciplinar restaurando por meio de problemas os conceitos de derivada, taxa de variação, integrais e modelagem algébricas de problemas, especificamente no ensino introdutório de Equações Diferenciais Ordinárias.

A metodologia e procedimentos utilizados estão associados a um modelo de comportamento pedagógico que foi construído, a partir da aplicação da Teoria dos Campos Conceituais e de uma mensuração do processo de ensino/aprendizagem durante a sua aplicação em sala de aula.

## **2. METODOLOGIA E RESULTADOS**

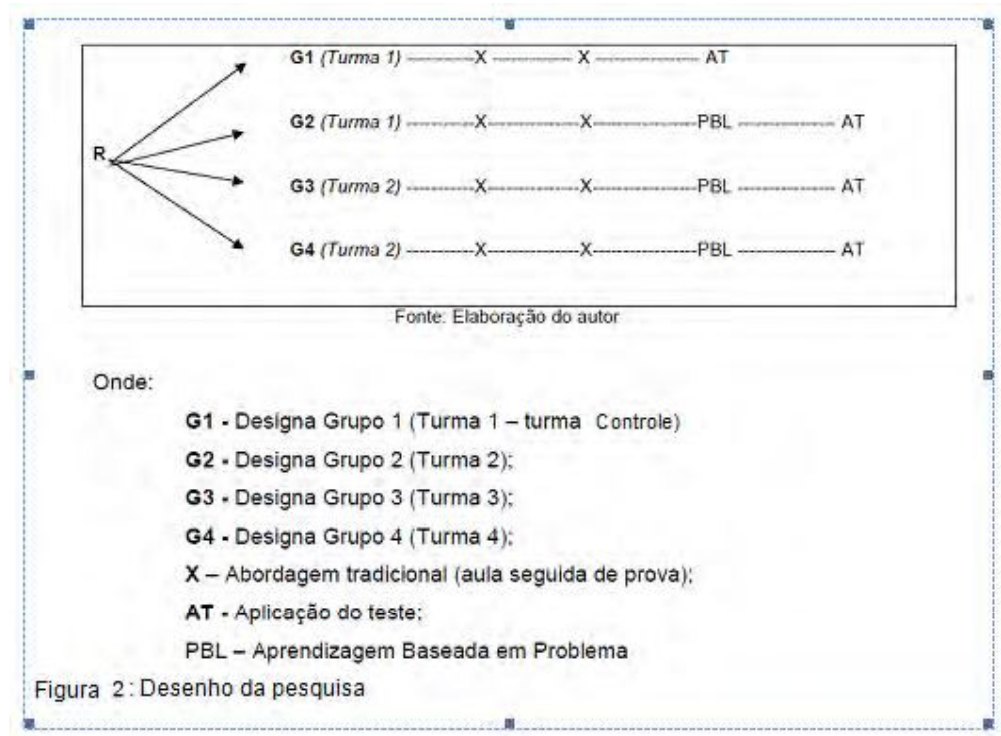
A pesquisa aplicou uma metodologia quali-quantitativa, a partir da mensuração dos dados (correção das atividades dos alunos), mas também considerando as asserções de valor agregadas às mesmas, bem como comentários, avaliações e demais elementos de verificação. A pesquisa foi realizada com 47 alunos da Faculdade de Tecnologia Senai Cimatec, situada na cidade de Salvador, em quatro turmas de Engenharia Mecânica, no período diurno de 2013.1.

Nesta mesma metodologia, e, em contrapartida ao comportamento do docente, os alunos responsabilizam-se pela aprendizagem com trabalhos em grupos para identificar, analisar e resolver problemas utilizando-se dos conhecimentos já adquiridos no curso, e de suas experiências anteriores, ao invés de simplesmente relembra-los e aplicá-los mecanicamente, permitindo inclusive que estes alunos

avaliem suas próprias contribuições, além das de outros membros do grupo, de forma a interagirem com o corpo docente de modo a fornecer “*feedback*” imediato acerca do desempenho do curso com a finalidade de melhorá-lo continuamente.

Desta forma, com o uso do PBL o conhecimento construído na busca da solução dos problemas, as habilidades e atitudes desenvolvidas neste processo passam a ser mais relevantes que a solução em si, ou seja, o aluno apenas não aprende a resolver aquele problema específico, mas também desenvolvem a capacidade de modelar novos problemas com os conceitos apresentados bem como conectar estes novos conceitos a conceitos anteriores já absorvidos pelo mesmo ou pelo grupo de trabalho a qual está inserido.

Analisamos os resultados por meio de questionários, listas de exercícios e as observações no contexto do próprio trabalho de sala de aula. Os conceitos estudados foram os de derivadas, taxa de variação, integrais e modelagem algébrica de problemas, especificamente no ensino introdutório de EDOs. A figura 2 a seguir representa a organização das etapas para a realização da pesquisa:



O grupo 1 foi a turma controle, isto é, aquela em que não aplicamos o PBL, nem a modelagem. A metodologia empregada baseou-se apenas em aulas expositivas seguidas de provas. Já os grupos 2 3 e 4, além do contexto tradicional, tiveram também a PBL aplicada e a modelagem. Os resultados mensurados para as estratégias aqui descritas encontram-se no gráfico 1:

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para validar o modelo proposto foi utilizada a Escala de *Likert*. [7]. Esta é utilizada em pesquisa e sondagem para medir a atitude dos participantes da pesquisa, perguntando-lhes se estão de acordo ou desacordo com uma pergunta em particular ou uma declaração. A finalidade da escala é medir a autoestima do participante da pesquisa. A pontuação final da escala é a soma de todas as pontuações de cada item, para tanto a escala será codificada para as respostas da seguinte forma: 1 (Discordo Completamente), 2 (Discordo), 3 (Concordo), 4 (Neutro) e 5 (Concordo Completamente).

Foi construído um questionário composto de 10 perguntas. A abordagem de explicação dos tópicos estudados seguiu o modelo tradicional, isto é, baseada no processo de recepção e de interação professor-aluno. As aulas foram expositivas, com ênfase nas diretrizes curriculares do curso, segundo preconizado pelo Ministério de Educação e Cultura (MEC). A avaliação visou basicamente a reprodução dos conteúdos estudados anteriormente para todas as turmas, sendo que as turmas 2, 3 e 4 tiveram, além desta estratégia, a aplicação do PBL por meio da modelagem dos problemas como aqui já descrito. Na turma controle não foi contemplada a utilização do PBL.

Durante a aplicação das atividades ocorreram 6 (seis) encontros presenciais, onde foi possível observar a participação e discussão entre os componentes das equipes, a fim de compreender os problemas propostos. Inicialmente foi proposto pelo Professor, a análise das questões e sua solução algébrica. Nas turmas 2, 3 e 4, além desta abordagem, também houve a utilização do "*Software WINPLOT*" que foi fundamental na inserção das EDOs e suas interpretações nos problemas propostos.

A partir dessa compreensão foi observado pelos discentes, que era possível inserir às equações na forma implícita ou explícita e traçar gráficos em 2D no WINPLOT, além de poderem estudar as EDOs e, alterando parâmetros, efetuar uma discussão e análise de resultados das mesmas. Com base nos modelos estudados, além do conhecimento matemático foram necessários de conceitos de física para análise e interpretações corretas ao chegar a solução por métodos e estratégias do cálculo diferencial e integral, em particular, das equações diferenciais ordinárias. Estes modelos foram apresentados pelo pesquisador com o objetivo de reproduzir os cenários reais da vida profissional do aluno bem como as demandas dos conceitos inerentes a cada questão.

Pela análise dos resultados utilizando o viés da escala Likert, bem como pela análise das correções das atividades finais, percebemos que os melhores resultados, isto é, as respostas mais completas ou mais elaboradas partiram das turmas em que a metodologia do PBL, embasadas pela teoria dos campos conceituais, foi aplicada.



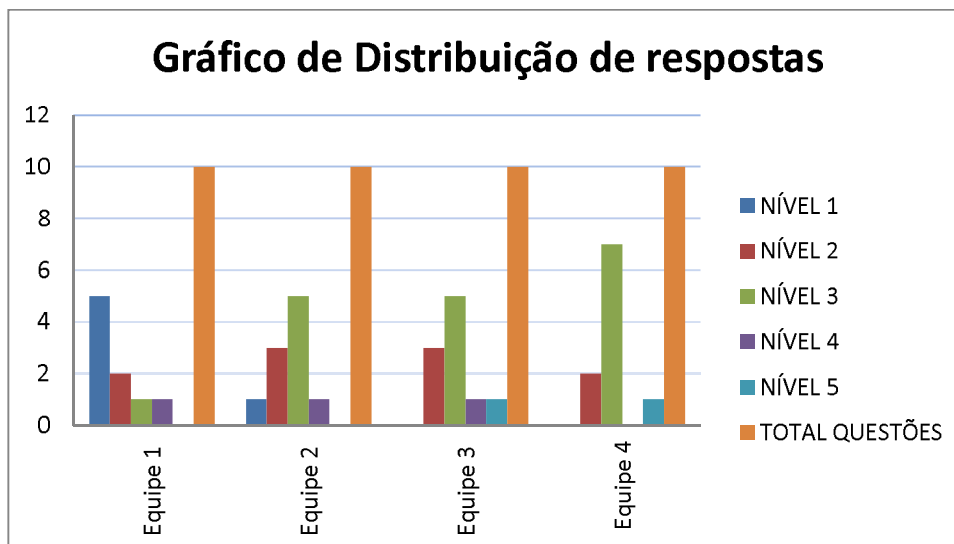


Gráfico 1: Desempenho dos alunos nas respostas por turma

Este desempenho fica evidente quando analisamos os índices de aprovação nas turmas estudadas:

	Turma 1	Turma 2	Turma 3	Turma 4
Aprovados	22	16	28	25
Reprovados	15	10	5	3
Perc. Aprovação	59,46%	61,54%	84,85%	89,29%

Ainda que esta pesquisa tenha tido um caráter exploratório, os resultados encontrados foram encorajadores para avançarmos nesta linha de investigação e experimentação.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No âmbito desta pesquisa, seguindo a hipótese, desenvolveu-se uma metodologia que teve como eixo central a aplicação do método PBL para o ensino de EDOs e, conseqüentemente, avaliou-se o corpo discente por meio de pesquisas fundamentadas em conteúdos que consolidam as metas descritas nos objetivos da pesquisa de forma a consolidá-los na sua totalidade. Para tal as EDOs que foram estudadas estão em consonância real da vida profissional dos alunos.

Considerando-se que o problema da pesquisa trata da veracidade e da eficácia do ensino de EDOs por meio de uma metodologia proposta na resolução e aplicação de problemas e que tais problemas foram analisados e construídos a partir da detecção

dos invariantes operatórios, elementos fundamentais da teoria dos campos conceituais, mostrou-se a eficácia da metodologia aqui proposta.

Esperamos, como professores e pesquisadores, fomentar pesquisas de cunho semelhantes e que promovam a utilização de modelagens como a que foi proposta neste trabalho e outras contidas na literatura, além de sensibilizar ao uso e determinação de invariantes operacionais, contidos na teoria de *Vergnaud*.

## 5. REFERÊNCIAS

<sup>9</sup>LIMA, Melina Silva de. SANTOS, José Vicente Cardoso. **A Teoria dos Campos Conceituais e o Ensino de Cálculo**. Curitiba: Appris, 2015.

<sup>2</sup>Filho, O.P.F., **O desenvolvimento cognitivo e a reprovação no curso de Engenharia**. In: XXIX Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia. Porto Alegre, RS: ABENGE, 2001.

<sup>3</sup>BICUDO, M. A. V. **Educação Matemática**. [S.1.]: Ed. Moraes, 1986.

<sup>4</sup>DUARTE, A. L. A.; CASTILHO, S. F. da R. **Metodologia da Matemática: A aprendizagem significativa nas, séries iniciais**. [S.1.]: Ed. Vigília, 1985.

<sup>5</sup>NETO, E. R. **Didática da Matemática**. [S.1.]: Ed. Ática, 1998.

<sup>6</sup>VERGNAUD, G.(1982). **A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems**. In T.P. Carpenter. J. M. Moser & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*(pp.39-59). Hillsdale, NJ :Lawrence Erlbaum Associates.

<sup>7</sup>VIEIRA, K.M.; DALMORO, M. **Dilemas na construção da escala do tipo *Likert*: o número de itens e a disposição influenciam nos resultados?** XXXII Encontro da ANPAD, 2008.